

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
ESCOLA DE MÚSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA

A TEORIA DE RELAÇÕES DE CONTORNOS MUSICAIS: INCONSISTÊNCIAS, SOLUÇÕES E FERRAMENTAS

MARCOS DA SILVA SAMPAIO

Salvador

2012

MARCOS DA SILVA SAMPAIO

A TEORIA DE RELAÇÕES DE CONTORNOS MUSICAIS: INCONSISTÊNCIAS, SOLUÇÕES E FERRAMENTAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Música, Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Música.
Área de concentração: Composição

Orientador: Prof. Dr. Pedro Kroger

Salvador

2012

S192 Sampaio, Marcos da Silva
A teoria de relações de contornos musicais: inconsistências, soluções e ferramentas / Marcos da Silva Sampaio . -- Salvador, 2012.
xvii, 211 f. ; il. (fig.)

Orientador: Prof. Dr. Pedro Kröger.
Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Música, Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Música.
Área de concentração: Composição

1. Composição (Música). 2. Teoria musical I. Título.

CDD 781.3

A Tese de Marcos da Silva Sampaio foi aprovada

Pedro Ribeiro Kroger Júnior
Orientador

Paulo Costa Lima

Liduíno José Pitombeira de Oliveira

Hugo Leonardo Ribeiro

Lucas Robatto

Salvador, 07 de dezembro de 2012

Agradecimentos

Agradeço a todas as pessoas que tiveram participação direta ou indireta na realização deste trabalho. Faço questão de agradecer individualmente:

Aos meus pais pela confiança e apoio incondicionais.

Aos meus irmãos e amigos em geral por compreenderem a minha necessidade de me ausentar para focar na realização deste trabalho.

À minha esposa, Tatiane de Oliveira Gonçalves, pela paciência, e em especial por me ouvir falar em detalhes sobre cada inconsistência da Teoria dos Contornos.

Ao meu orientador, Pedro Kroger, pelo exemplo de profissional, pela competência e pela generosidade de compartilhar seu conhecimento.

Aos meus orientandos Eduardo Lago Nunes e Francis Strappa, por me ajudarem com as tarefas da pesquisa e por me manterem sempre alerta no entendimento da teoria.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa Genos, Natanael Ourives, Dennis Carvalho, Jean Menezes da Rocha, Mara Menezes e Flávio de Queiroz por toda a ajuda operacional.

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Música da UFBA pelo apoio e pela companhia, especialmente Alexandre Espinheira, Guilherme Bertissolo e Paulo Rios.

Aos representantes estudantis Alexandre Espinheira, Tiago Carvalho e Angelita Broock pelo apoio na solução de questões acadêmicas.

À Oficina Composição Agora, Conjunto Camará, Grupo de Intérpretes Musicais da Bahia (GIMBA), Jean Marques, Gueber Santos, Eduardo Torres, Duo Sacramento, Orquestra Sinfônica da UFBA e Piero Bastianelli por apresentar minhas composições.

Aos professores do PPGMUS pelas aulas e convívio.

Aos funcionários do PPGMUS e Escola de Música da UFBA.

À CAPES, pela bolsa que me permitiu cumprir integralmente a pesquisa planejada.

Aos membros da banca do qualificativo, Paulo Costa Lima, Lucas Robatto e Ângelo Castro pelas contribuições que influenciaram a versão final deste trabalho.

A Liduino Pitombeira por usar contornos musicais em suas pesquisas e, dessa forma, me motivar a seguir trabalhando com este tema.

A Elizabeth West Marvin por sua disponibilidade para tratar da Teoria dos Contornos

Ao pessoal do *Stackoverflow* pelas valiosas dicas sobre programação.

Aos meus alunos e ex-alunos, especialmente Paulo C. Santana, Danniel Ferraz e Juliano Serravale, por me motivarem a fazer a primeira versão *desktop* do *MusiContour*

Resumo

Contorno é o perfil, desenho ou formato de um objeto. Em Música, contornos podem ser abstraídos de qualquer parâmetro, como altura, densidade, ritmo, timbre, e intensidade. O estudo de relações de contornos musicais é importante porque tais relações são facilmente reconhecíveis auditivamente por músicos e leigos, e porque, assim como conjuntos de notas e motivos, contornos podem ajudar a dar coerência a uma obra musical.

A Teoria de Relações de Contornos Musicais foi desenvolvida por autores como Michael L. Friedmann, Robert D. Morris, e Elizabeth W. Marvin e Paul Laprade. Esta teoria fornece conceitos e operações que ajudam a dar precisão no estudo das relações de contornos musicais.

Eu descobri que o algoritmo de forma prima de classes de contornos equivalentes de Marvin e Laprade é inconsistente. Baseado na inconsistência deste algoritmo, levantei duas hipóteses: a Teoria dos Contornos contém inconsistências em outros pontos além deste algoritmo; e a inconsistência deste algoritmo implica em erros nos desdobramentos e nos resultados das análises de obras musicais baseadas nesta teoria.

Este trabalho teve duas partes. A primeira teve como objetivo principal verificar a existência de inconsistências na Teoria dos Contornos e propor soluções. A segunda teve como objetivo compor um grupo de composições com eventual uso de relações de contornos musicais.

A metodologia de verificação de inconsistências consistiu no desenvolvimento do programa *MusiContour* e na realização de testes funcionais. Então, programei e testei um conjunto de 37 operações e conceitos da Teoria dos Contornos.

Com a pesquisa que originou este trabalho pude verificar que a primeira hipótese, das inconsistências em outros pontos da Teoria dos Contornos, é verdadeira, e que a segunda hipótese, do impacto da inconsistência do algoritmo de Marvin e Laprade, é falsa.

Os principais resultados deste trabalho são os novos algoritmos de forma prima de classes de contornos equivalentes e de redução de contornos, revisão de conceitos, operações, definição de novas operações, o programa *MusiContour*, a organização didática do texto sobre a teoria, e a composição e apresentação de sete obras musicais.

Palavras-chave: Teoria musical, Composição Musical, Contornos Musicais, Teoria de Relações de Contornos Musicais, Programa de Computador para Música

Abstract

Contour is the profile, shape or format of an object. In Music, contour can be extracted from any parameter, such as pitch, density, rhythm, timbre and intensity. The study of musical contour relations is important because these relations are easily aurally recognized by musicians and non-musicians, and because, as well as pitch sets and motives, they can help giving coherence to a musical piece.

The Musical Contour Relations Theory was developed by authors such as Michael L. Friedmann, Robert D. Morris, and Elizabeth W. Marvin and Paul Laprade. This theory provides concepts and operations that promotes precision increasing in the study of musical contour relations.

I have found that the equivalent contour class prime form algorithm is inconsistent. Based in this inconsistency, I raised two hypothesis: the Contour Theory has other inconsistencies beyond this algorithm; and the inconsistency in this algorithm implies in errors in theory ramifications and in analysis of musical pieces based in this theory.

This study had two parts. The first one main goal was to verify the existence of inconsistencies in Contour Theories and to propose solutions. The second one main goal was to compose a set of pieces with eventual musical contour relations use.

The methodology of inconsistencies verification consisted in *MusiContour* development and functional tests. Thus, I programmed and tested a set of 37 Contour Theory concepts and operations.

I could verify that my first hypothesis is true, and the second one is false. The Contour Theory has other inconsistencies, but Marvin and Laprade algorithm inconsistency doesn't impact one ramifications of piece analysis based on the theory.

The main results of this work are the new equivalent contour class prime form and contour reduction algorithms, the concepts and operations review, the new operations, the *MusiContour* software, the didactic organization of the text about the theory, and the composition and public presentation of seven musical pieces.

Keywords: Music Theory, Music Composition, Musical Contour, Music Contour Relations Theory, Software

Sumário

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Lista de Algoritmos

Glossário

algoritmo sequência finita de instruções que tem o objetivo de solucionar algum problema.

cardinalidade número de CP de um contorno.

conjunto coleção não ordenada de elementos.

CP abreviação de *contour point*, ou ponto de contorno. São os elementos de um contorno.

espaço de contorno *contour space*, ou espaço de contorno. É um espaço musical que consiste da renumeração de todos os elementos de um determinado parâmetro em inteiros de 0 a $n - 1$, onde n é a cardinalidade do contorno.

espaço de duração *duration space*, ou espaço de duração. É um espaço musical que consiste da renumeração de todos os elementos de um conjunto de durações determinado parâmetro em inteiros de 0 a $n - 1$, onde n é a cardinalidade do contorno.

I abreviação da operação de inversão de contorno.

iteração cada repetição de uma operação em que os passos são repetidos continuamente até atingir um resultado desejado. O seu resultado é usado como dado de entrada.

máxima CP de valor maior ou igual ao seu vizinho imediatamente anterior e imediatamente posterior em um contorno ou lista de máximas.

método em um programa orientado a objetos, é uma subrotina executada por um dado objeto. São análogos a funções.

mínima CP de valor menor maior ou igual ao seu vizinho imediatamente anterior e imediatamente posterior em um contorno ou lista de mínimas.

matriz antissimétrica é a qualidade de uma matriz cuja versão transposta coincide com sua versão oposta, de forma que seus elementos têm a relação $A_{ij} = -A_{ji}$.

matriz quadrada matriz cujo número de colunas é igual ao número de linhas.

ordem o número de elementos de um espaço de contorno.

par ordenado tupla de dois elementos, representada com parênteses. Por exemplo, (1,2), (a,b).

profundidade valor inteiro que representa o número de vezes que um contorno é modificado por um algoritmo de redução até chegar à sua forma reduzida.

R abreviação da operação de retrogradação de contorno.

refatoração reprogramação de um programa de computador para melhoria da sua estrutura interna.

RI abreviação da operação de retrogradação da inversão de um contorno.

Rot abreviação da operação de rotação de contorno.

segmento de contorno *contour segment*, ou *cseg*. É um conjunto ordenado dos elementos de um espaço de contorno.

segmento de duração *duration segment*, ou *dseg*. É um conjunto ordenado dos pontos de um espaço de duração.

transitividade relação que estabelece que, dados três elementos de um conjunto, se o primeiro tem relação com o segundo e o segundo tem relação com o terceiro, o primeiro tem relação com o terceiro.

tupla ordenada conjunto ordenado de elementos.

Capítulo 1

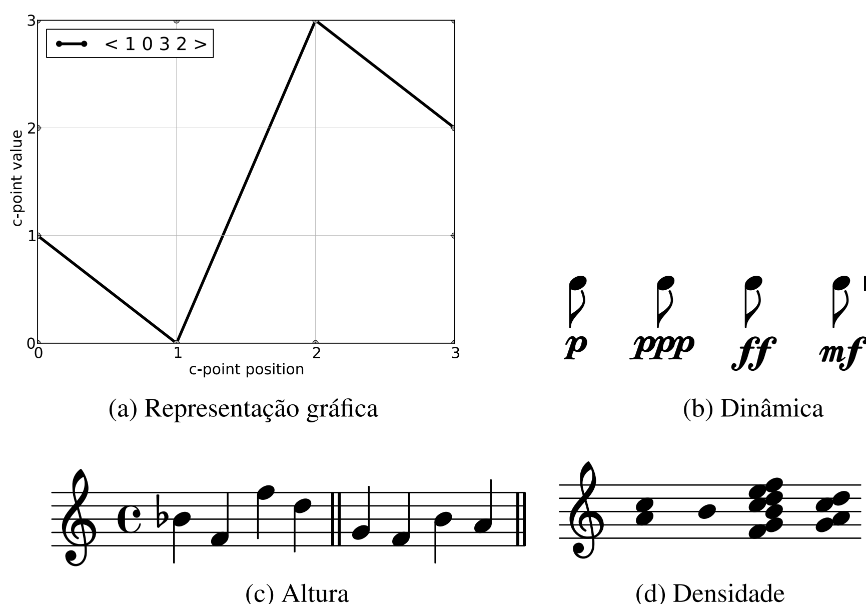
Introdução ao estudo de contornos musicais

Contorno é o perfil, desenho ou formato de um objeto. Contornos podem ter duas ou mais dimensões, e podem relacionar altura a comprimento, largura ou tempo. Em Música, contornos podem ser abstraídos de um parâmetro em relação a outro. Contornos melódicos, por exemplo, são abstrações do movimento de altura de notas em relação ao tempo. É possível abstrair contornos de qualquer parâmetro musical como altura, densidade, ritmo, timbre, e intensidade.

No estudo de contornos musicais, os valores absolutos e as repetições adjacentes dos elementos são ignorados. Apenas a ordem e as relações entre estes elementos são consideradas. Os valores dos elementos são renumerados com inteiros, com o valor 0 para o elemento de menor valor, 1 para o segundo elemento de menor valor, e assim por diante.

Por exemplo, a figura 1.1b contém as dinâmicas ***ppp***, ***p***, ***mf***, e ***ff***. Os valores absolutos destes elementos são ignorados, mas suas relações mantidas. Então a dinâmica ***ppp*** é renumerada como 0, a dinâmica ***p*** como 1, a dinâmica ***mf*** como 2, e a dinâmica ***ff*** como 3, formando um conjunto $D = \{0, 1, 2, 3\}$[1]. No entanto, na figura mencionada, a ordem de ocorrência destas dinâmicas é ***p***, ***ppp***, ***ff***, e ***mf***, o que resulta em um contorno < 1 0 3 2 >. Um contorno é

[1]Neste trabalho utilizo letras aleatórias para dar nome aos conjuntos e contornos.



(a) Representação gráfica (b) Dinâmica

(c) Altura (d) Densidade

Figura 1.1: Contorno < 1 0 3 2 > como abstração de diferentes parâmetros

representado simbolicamente com os inteiros espaçados entre os sinais “<” e “>”[2].

A figura 1.1 contém ainda exemplos de alturas (fig. 1.1c) e densidade de acordes (fig. 1.1d). Os contornos destes dois exemplos é o mesmo do exemplo de dinâmica da figura 1.1b, < 1 0 3 2 >, representado graficamente na figura 1.1a.

O estudo de relações de contornos musicais é importante porque, assim como conjuntos de notas e motivos, contornos podem ajudar a dar coerência a uma obra musical (Clifford 1995), e porque contornos têm um papel tão importante na retenção e reconhecimento de melodias conhecidas quanto classes de notas (Marvin 1988, p. 62).

Além disso, contornos são manipuláveis através de várias operações como inversão e retrogradação, e podem ser abordados tanto do ponto de vista da análise quanto da composição. Relações de contornos já foram usadas satisfatoriamente para a composição musical (Sampaio 2008b) e para a análise de obras de Wolfgang A. Mozart (Beard 2003), Arnold Schoenberg (Friedmann 1985; Morris 1993), Edgard Varèse (Marvin 1991), Anton Webern (Clifford 1995; Sampaio 2008a; Bor 2009), Luigi Dallapicola (Marvin 1988; Marvin 1995), Steve Reich (Quinn

[2] Esta representação pode ter ligeiras diferenças como <1,0,3,2> (Friedmann 1985), <1 0 3 2> (Morris 1987) e <1032> (Schultz 2009). Prefiro utilizar a representação < 1 0 3 2 > por considerar visualmente mais limpa.

1997), Olivier Messiaen (Schultz 2008), Elliott Carter, Pierre Boulez, Iannis Xenakis, Alois Hába, Milton Babbitt, Igor Stravinsky e Luciano Berio (Bor 2009).

Finalmente, contornos são estruturas de fácil representação gráfica e experimentos mostram que leigos e músicos—os últimos com maior acuidade—têm habilidade de usar desenhos gráficos como o da figura 1.1a para representar contornos (Marvin 1988, p. 69).

A Teoria de Relações de Contornos Musicais (abreviada neste texto como Teoria dos Contornos) é baseada na Teoria dos Conjuntos. A Teoria dos Contornos foi estabelecida inicialmente por Michael Friedmann (1985), Robert Morris (1987, 1993), e Elizabeth Marvin e Paul Laprade (1987, 1988), e fornece conceitos e operações úteis para o estabelecimento de identidade e comparação de contornos.

A Teoria dos Contornos fornece conceitos importantes para o estabelecimento de identidade, como espaço de contorno, segmento de contorno, classes de contornos equivalentes e forma prima de classes de contornos equivalentes. A classe de contornos equivalentes ajuda a estabelecer identidade e parentesco entre famílias de contornos. Este conceito é análogo ao conceito de classes de conjuntos na Teoria Pós-Tonal. Abordar a Teoria Pós-Tonal foge ao escopo deste trabalho. Para maiores informações vide (Straus 1990).

Cada classe é representada por um único contorno, a forma prima da classe. Uma classe comporta todos os contornos relacionados entre si por operações de retrogradação, inversão e retrogradação da inversão. Por exemplo, o contorno A < 0 1 3 4 2 > pertence à mesma classe dos contornos $R(A)$ < 2 4 3 1 0 >, $I(A)$ < 4 3 1 0 2 > e $RI(A)$ < 2 0 1 3 4 >[3] (vide mais informações nas seções 2.4.4 e 2.4.6).

Marvin e Laprade (1987) desenvolveram um algoritmo para calcular a forma prima de qualquer contorno dado. Entretanto, este algoritmo é inconsistente, pois, em alguns casos específicos gera duas formas primas para uma mesma classe (vide informações sobre estes casos na seção 4.6). Esta duplicidade é incoerente com o objetivo da forma prima ser única e mais compacta da classe de contorno que ela representa.

[3]Os símbolos $R(A)$, $I(A)$ e $RI(A)$ significam, retrogradação, inversão e retrogradação da inversão de A, respectivamente.

Não há menção da inconsistência do algoritmo de Marvin e Laprade nos trabalhos posteriores à definição do algoritmo (Marvin 1988; Marvin 1991; Polansky e Bassein 1992; Morris 1993; Morris 1995; Marvin 1995; Clifford 1995; Quinn 1997; Beard 2003; Schultz 2008; Schultz 2009; Bor 2009). A inconsistência deste algoritmo pode causar um erro no estabelecimento de unidade de um contorno, pois dois contornos de uma mesma classe podem ser considerados de classes diferentes e identificados como duas unidades musicais diferentes ao invés de uma única.

A Teoria dos Contornos tem uma natureza bastante fragmentada, com contribuições de diversos autores. Esta teoria contém algoritmos e definições matemáticas de utilização relativamente complexa, como os algoritmos de redução de contornos de Morris e Schultz e operações de comparação difusa ascendente de Quinn. O próprio algoritmo de Morris tem um problema, pois não é capaz de reduzir alguns contornos aos 53 primos, como propõe Bor (2009, p. 119) (seção 2.4.8). Assim, é bastante plausível a existência de outros problemas nesta teoria, além da inconsistência no algoritmo de Marvin e Laprade.

Dessa forma, neste trabalho eu levanto duas hipóteses relacionadas entre si:

1. A Teoria de Relações de Contornos Musicais contém outras inconsistências em seus conceitos e operações, além da inconsistência do algoritmo de Marvin e Laprade.

2. A inconsistência do algoritmo de Marvin e Laprade implica em erros nos desdobramentos da Teoria de Relações de Contornos Musicais e nas análises de composições baseadas nesta teoria.

Estas hipóteses motivaram a revisão e levantamento de inconsistências nos conceitos e operações da Teoria dos Contornos e de análises musicais baseadas nestes conceitos e operações. Esta revisão revelou outros problemas, documentados no capítulo 4.

1.1 Objetivos

Os principais objetivos deste trabalho foram:

1. Levantar possíveis inconsistências na Teoria de Relações de Contornos Musicais iniciada por Michael Friedmann, Robert Morris e Elizabeth West Marvin.
2. Propor soluções para as inconsistências da Teoria dos Contornos.
3. Aplicar conceitos, operações e ideias da Teoria dos Contornos no campo da Composição Musical.
4. Compor um grupo de obras musicais com eventual uso de relações de contornos musicais.

Este trabalho teve como objetivos secundários:

1. Implementar as operações da Teoria dos Contornos no programa de computador *MusiContour*, disponível em `http://genosmus.com/MusiContour`.
2. Testar as operações da Teoria dos Contornos usando o programa *MusiContour*
3. Criar um mapa das operações de contorno utilizadas nas análises de obras da literatura presentes na literatura de artigos e teses sobre a teoria de contornos.
4. Criar uma versão online, livre e gratuita do programa *MusiContour*, de cálculo de operações de relações de contornos musicais, para auxiliar na análise e composição musical.
5. Organizar o texto sobre a teoria de forma mais didática e menos fragmentada.
6. Divulgar as obras compostas durante o período de mestrado/doutorado em recitais.

1.2 Justificativa

A confirmação das hipóteses mencionadas anteriormente pode implicar em uma fragilidade em diferentes áreas da Teoria de Relações de Contornos Musicais, como os resultados das análises de obras musicais com base na teoria. A proposta de soluções para inconsistências pode ajudar a elevar o estado de arte das relações de contornos musicais. Além disso, o desenvolvimento

de um programa de computador para calcular operações desta teoria pode auxiliar na análise e composição musical baseadas em relações de contornos musicais.

A revisão da Teoria dos Contornos e o programa de computador para plotagem e cálculos de contornos podem ajudar a popularizar o estudo de relações de contornos. Este trabalho pode servir como base para outros avanços no estudo desta teoria e para o ensino de relações de contornos em cursos superiores de Composição Musical.

Finalmente, a aplicação sistemática de relações de contornos musicais para a Composição é um assunto ainda carente de literatura. Este trabalho também pode contribuir com a área de Composição por meio da aplicação de conceitos e operações da Teoria dos Contornos em obras musicais e da criação de novas ferramentas para esta área.

1.3 Procedimentos metodológicos

O levantamento das inconsistências mencionadas pode ter precisão e eficácia elevadas por meio do uso de ferramentas computacionais. Por esta razão este trabalho demandou o desenvolvimento de um programa de computador elaborado para abrigar funções e testes para os conceitos e operações da Teoria dos Contornos de Friedmann, Morris e Marvin, e das suas ramificações. Este trabalho de levantamento de inconsistências na teoria de contornos foi realizado por meio de passos sem uma hierarquia rígida de pré-requisitos:

1. Análise de relações de contornos em obras da literatura. Esta etapa possibilitou um maior entendimento do funcionamento das operações da teoria por meio da análise de como essas relações de contorno ocorrem na literatura.

2. Composição de experimentos baseados em relações de contornos. Esta etapa possibilitou um maior entendimento do funcionamento das operações da teoria por meio da experimentação composicional.

3. Levantamento e catalogação de todas as operações de contorno presentes na literatura de contornos musicais. Esta etapa foi manual e foi realizada durante a revisão da literatura.

4. Levantamento de todas as operações de contorno utilizadas nas análises musicais baseadas na teoria de contornos musicais. Esta etapa também foi manual e realizada durante a revisão de literatura. Esta tarefa foi submetida como projeto de pesquisa ao Programa Institucional Bolsas de Iniciação Científica e contou com a ajuda de um bolsista (vide detalhes na seção 4.9).

5. Implementação das operações de contornos em algoritmos.

6. Implementação de 351 testes funcionais com os exemplos ilustrativos da teoria e outros testes que desenvolvi. Estes testes funcionais retornam erro quando alguma função programada tem resultado diferente do esperado. A deteção destes erros permitiu correções do programa e identificação de inconsistências na teoria.

7. Implementação de rotinas de verificação. Esta etapa consistiu em criar funções simples que ajudaram na visualização de problemas com as operações programadas.

8. Verificação e análise permanente de resultados.

9. Proposta de soluções para problemas.

10. Avaliação de possíveis soluções para problemas.

1.4 Estrutura dos capítulos

Este trabalho contém os seguintes capítulos:

1. Introdução. Visão geral sobre contornos e formalização da pesquisa realizada.

2. Apresentação da Teoria de Relações de Contornos Musicais. Neste capítulo sondo o estado de arte desta teoria e apresento uma classificação de conceitos e operações. Descrevo com texto e exemplos as diversas equações matemáticas de modo a ajudar na compreensão do leitor sem formação matemática.

3. Apresentação do *MusiContour*. Neste capítulo descrevo as ferramentas desenvolvidas e como as usei para revisar a Teoria dos Contornos.

4. Discussão sobre problemas e propostas de soluções para a Teoria dos Contornos.

5. Aplicações dos conceitos, operações e ideias da Teoria dos Contornos na Composição Musical. Este capítulo contém também a análise de duas obras compostas com base em relações de contornos musicais.

6. Conclusões e trabalhos futuros.

7. Apêndice A: Partituras das obras compostas.

8. Apêndice B: Análise de outras obras compostas durante a pesquisa.

9. Apêndice C: Documentação da comunicação com Elizabeth West Marvin.

Capítulo 2

Teoria de Relações de Contornos Musicais

A Teoria de Relações de Contornos Musicais é um conjunto de proposições, teses, conceitos e operações desenvolvidas por diversos autores a respeito das relações de contornos musicais (Adams 1976; Friedmann 1985; Friedmann 1987; Morris 1987; Morris 1993; Marvin e Laprade 1987; Marvin 1988; Polansky e Bassein 1992; Clifford 1995; Quinn 1997; Foulkes-Levy 1996; Schmuckler 1999; Beard 2003; Schultz 2008; Schultz 2009; Sampaio 2008b; Bor 2009).

Esta teoria tem como base experimentos cognitivos que comprovam o reconhecimento auditivo de contornos (Dowling e Fujitani 1971; Dowling 1971; Dowling 1978; Dowling e Harwood 1986; Dewitt e Crowder 1986; Dowling 1994; Schmuckler 1999; Schmuckler 2010) e o papel de contornos musicais na estruturação de obras da literatura (Friedmann 1985; Marvin 1988; Marvin 1991; Morris 1993; Clifford 1995; Quinn 1997; Beard 2003; Schultz 2008; Schultz 2009; Sampaio 2008b; Bor 2009).

A Teoria dos Contornos supre a necessidade de precisão no estudo de relações de contornos. Contornos melódicos frequentemente são discutidos e descritos sem consistência nem consenso de procedimentos em análises de melodia (Adams 1976, p. 179). O discurso sobre contornos musicais frequentemente compreende descrições como “contorno em arco”, ou “contorno ascendente”, ou mesmo estabelece caráter a um contorno. Dois exemplos de imprecisão terminológica são “contorno ameno” e “contorno entoativo”, como ocorre nestes exemplos:

> A disposição e a combinação dos subconjuntos derivados de (8-23) e (8-28), associados com a ampliação do espaço reservado para passagens cordais, conferem a esta obra um estilo mais consonante, as frases tomam um contorno mais ameno e os gestos abrandam-se. (Gerling 2001, p. 69)

> Todos estes gêneros, de uma forma ou de outra têm origem nas matrizes rústicas da música brasileira que são a modinha (canção amorosa de contorno melódico ondulado) e o lundu (dança ou canção narrativa de contorno melódico entoativo). (Ulhôa 1997, p. 82)

A Teoria dos Contornos fornece conceitos e operações de precisão numérica para a verificação de relações entre contornos que podem substituir descrições e generalizações de contornos. Há uma revisão bibliográfica sobre estas descrições em Adams (1976). Esta teoria tem aplicações nas áreas de Análise e Composição musical. Os seus conceitos e operações são importantes no estabelecimento de familiaridade entre estruturas musicais. Por exemplo, motivos aparentemente diferentes podem ter um mesmo contorno, ou contornos relacionados por alguma operação, como retrogradação. As seções de operações de contornos deste capítulo contêm vários exemplos de aplicação das operações. Na seção 5.2.1 há uma análise de uma obra musical que compus em que todos os elementos estruturais são oriundos de um único contorno musical.

2.1 Breve histórico da Teoria dos Contornos

A história da Teoria dos Contornos se inicia com o artigo sobre metodologia para discussão sobre contornos, de Michael Friedmann (1985). No entanto o discurso sobre contornos musicais é muito anterior, associado à análise de melodias. Densmore (1918) e Herzog (1928), por exemplo analisaram contornos em melodias no início do século XX, embora de forma inconsistente (Adams 1976). Ernst Toch (1948), Walter Piston (1959) e Arnold Schoenberg (1967) também abordaram o contorno melódico, mas ainda de modo impreciso.

Charles Adams (1976) organizou a bibliografia existente sobre contornos e propôs uma tipologia de contornos a partir da redução de melodias a quatro notas—a primeira, última, mais

aguda e mais grave da melodia[1].

Michael Friedmann desenvolveu as primeiras representações e operações descritivas sobre contornos com o objetivo de analisar a música do século XX e as aplicou à análise de obras de Schoenberg (Friedmann 1985). Friedmann criou a representação de contornos adjacentes e a representação numérica de contornos. Ele também criou as operações *Contour Adjacency Series*, *Contour Adjacency Series Vector*, *Contour Class*, *Contour Interval*, *Contour Interval Sucession*, *Contour Interval Array*, e *Contour Class Vector*. Friedmann ainda abordou o problema da terminologia em operações de contorno (Friedmann 1987) e serviu de ponto de partida para o trabalho de Elizabeth Marvin (1988).

Robert Morris contribuiu com a teoria com conceitos como espaço de contorno, equivalência de contornos e operações como inversão e matriz de comparação (Morris 1987). Morris ainda definiu a tipologia de contornos primos e o algoritmo de redução de contornos (Morris 1993). A maioria das operações desenvolvidas posteriormente por outros autores usam as definições de Morris como base.

Elizabeth Marvin e Paul Laprade definiram conceitos como forma normal e forma prima de classe de contornos equivalentes, e operações de similaridade de contorno e contorno embutido. Eles ainda criaram a tabela de classes de contornos de cardinalidade 2 a 6, semelhante à Tabela de Allen Forte, da Teoria dos Conjuntos (Marvin e Laprade 1987). Além disso Marvin generalizou o estudo de contornos para outros domínios como duração, e espaçamento de acordes (Marvin 1988).

Por fim Marvin abordou relações entre modelos analíticos e composicionais de estruturas musicais e a capacidade auditiva de ouvintes (Marvin 1988). Teorias abstratas de estruturas de classes de alturas e conjuntos não refletem a percepção auditiva dos ouvintes tão bem quanto teorias que modelam a articulação destas estruturas de classes de alturas e conjuntos (Marvin 1988, p. 228). Ouvintes costumam criar representações gráficas do contexto musical, como mudanças de direção da melodia, padrões de duração relativa e assim por diante. Estas repre-

[1]Esta tipologia e todos os conceitos e operações apresentadas neste histórico da teoria de contornos são apresentados detalhadamente mais adiante no texto.

sentações podem ser comparadas umas às outras a partir da aplicação e generalização da Teoria dos Contornos de Morris (Marvin 1988, p. 229).

Polansky e Bassein criaram um modelo de representação ternária de contornos e formalizaram o conceito de contorno impossível (Polansky e Bassein 1992). A representação ternária de contornos é uma lista de números com as relações entre os elementos do contorno.

Os números 0, 1 e 2 descrevem relação ascendente, de igualdade e descendente. Por exemplo, o contorno < 0 2 1 > é representado por [00 2]. Estes números representam a relação entre os CP[2] 0 e 2, 0 e 1, e 2 e 1, respectivamente. Uma representação como [01 0] gera um contorno impossível, pois não há contorno em que o segundo CP seja maior que o primeiro, e o terceiro CP seja ao mesmo tempo igual ao primeiro e maior que o segundo.

Robert Clifford demonstrou que contornos representam um fator estrutural igual em significado a relações de alturas ou classes de conjuntos (Clifford 1995).

Ian Quinn inseriu os conjuntos e lógica difusa[3] no estudo de contornos musicais. Ele definiu conceitos e operações para comparação difusa de contornos.

Mark Schmuckler adicionou a Transformada de Fourier[4] à Teoria dos Contornos para medir similaridade entre contornos (Schmuckler 1999) e analisou melodias populares com contornos (Schmuckler 2010).

R. Daniel Beard inseriu múltiplas regressões lineares ao estudo de contornos para lidar com altura e duração simultaneamente (Beard 2003). Regressão linear é um método de estimativa da área de Estatística. Em contornos tenta-se estimar uma reta que expresse uma média de diversos pontos. Beard propôs o uso de várias dessas retas para estudar contornos. Além disso Beard fez uma boa revisão da literatura de contornos até então.

Rob Schultz (2009) desenvolveu um conjunto de conceitos de relações de contorno diacrônico-transformacional. Seu objetivo foi sistematizar o modo como todos os contornos se relacionam

[2]CP são pontos de contorno. Vide seção 2.4.1, p. 19.

[3]Lógica difusa é uma extensão da lógica booleana que admite valores lógicos intermediários entre o verdadeiro e o falso. Esse tipo de lógica lida com assertivas como “5 é mais próximo de 4 do que 7”. Para mais informações vide seção 2.3.2.

[4]Função matemática que transforma uma função de tempo em função de frequência. Esta operação é bastante utilizada em diversas áreas, como Física, Engenharia e Acústica.

uns com os outros com base em uma visão transformacional em tempo real através do uso de estruturas de árvores hierárquicas. Além disso Schultz contribuiu com um refinamento da redução de contornos de Morris e uma expansão à tabela de contornos primos de Morris.

Mustafa Bor (2009) desenvolveu um conjunto de algoritmos de redução de contornos a partir do algoritmo de redução de Morris, explorou implicações fenomenológicas e cognitivas e abordou o domínio da duração. Por fim Bor fez uma ótima revisão de literatura da teoria.

Em minha dissertação de mestrado experimentei as operações da Teoria dos Contornos no campo da Composição Musical em diversos domínios como altura, andamentos e densidade (Sampaio 2008b). Além disso desenvolvi o programa para processamento de contornos *Goiaba* (Sampaio e Kroger 2009). O desenvolvimento do *Goiaba* foi interrompido e suas funcionalidades foram aproveitadas no *MusiContour* (vide capítulo 3).

2.2 Identidade e comparação

Os conceitos e operações da Teoria dos Contornos convergem para os campos da identidade e comparação, ou mais especificamente, da medida de graus de similaridade. Estes dois campos são centrais nas atividades da área de análise musical (Bent e Pople 2002).

O campo da identidade de contornos comporta conceitos como segmento de contorno, equivalência de contornos, classes de contornos equivalentes, formas normal, forma prima de classes de contornos equivalentes, e contorno primo. Estes conceitos ajudam a definir contornos base para posterior comparação. Por exemplo, os contornos primos formam um conjunto finito de contornos dos quais qualquer outro contorno pode ser derivado.

O campo da comparação de contornos comporta operações como comparação rígida e difusa, matrizes de comparação, e similaridades de contornos. Estas operações ajudam a definir uma medida numérica de semelhança entre contornos. Junto aos conceitos relacionados com identidade, ajudam a estabelecer familiaridade entre estruturas musicais com base em contornos.

Eu divido as operações de contorno em generativas, descritivas e comparativas[5]. Esta classificação tem como base o objetivo final da operação e o tipo de resultado. As operações generativas transformam um contorno em um outro contorno e estão ligadas ao campo da identidade. Por exemplo a retrogradação, a inversão e a redução de contornos são operações generativas.

As operações descritivas retornam dados que ajudam a descrever características do contorno. Por exemplo, os vetores de classe de contorno, de série de contornos adjacentes e as diagonais internas da matriz de comparação são operações descritivas.

As operações comparativas têm como objetivo a comparação entre contornos e retornam valores ou matrizes de valores de comparação. Muitas destas operações são bastante abstratas por retornarem apenas um valor, vetor ou matriz. O seu entendimento é ampliado com a aplicação em análise ou composição musical. São exemplos de operações comparativas a comparação rígida, comparação difusa e matriz de comparação.

Estes conceitos e operações têm uma rede intricada de dependências internas (vide figura 2.1). Por exemplo, é importante entender os conceitos da teoria para entender as operações de contorno. No entanto alguns conceitos dependem das operações e vice-versa. Por exemplo, a equivalência de contornos é um conceito chave para o entendimento da teoria e depende da matriz de comparação de contornos. Esta matriz depende da operação de comparação de CP, que depende do conceito de segmento de contorno.

Portanto, a organização destes conceitos e operações em um texto é difícil. Os textos sobre esta teoria em geral têm organização cronológica ou em nível ascendente de complexidade. No entanto, esta organização dificulta o entendimento de alto nível das relações entre conceitos e operações.

Eu organizei o texto sobre a teoria de acordo com a minha classificação de conceitos e operações generativas, descritivas e comparativas. Esta organização favorece o entendimento dos tipos de operações e consultas posteriores, embora prejudique a leitura linear. Então recomendo seguir a rede de dependências da figura 2.1 para a leitura.

[5]Agradeço ao Dr. Lucas Robatto pela sugestão destas categorias de divisão de operações.

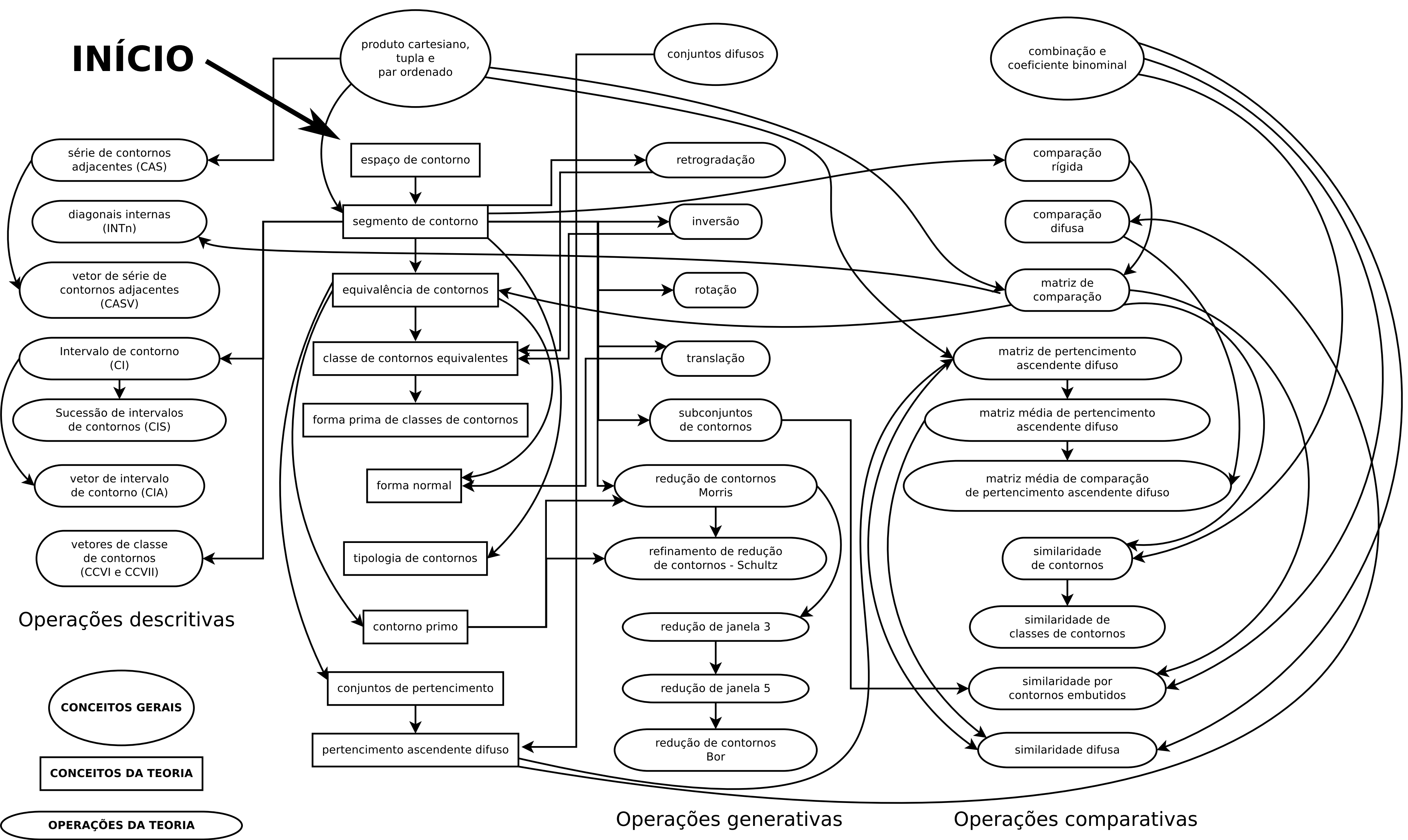


Figura 2.1: Relações de dependência entre conceitos e operações

Os principais conceitos e operações a serem vistos para o entendimento desta teoria são o espaço e segmento de contorno, classes de contornos equivalentes, forma normal, translação, inversão, e matriz de comparação rígida.

Uma operação de contorno é representada simbolicamente com a abreviação do nome da operação e o contorno entre parênteses. Por exemplo, dado um contorno A, o seu retrógrado é representado por $R(A)$, a retrogradação da sua inversão é representada por $RI(A)$, a rotação de fator 2 da inversão do retrógrado é representada por $Rot_2IR(A)$ e assim por diante. Nas seções seguintes apresento o nome traduzido de cada operação, o nome original e a publicação que contém a descrição da operação.

A maioria das operações de contornos estão programadas e descritas nas seções seguintes. No entanto algumas operações como a transformada de Fourier (Schmuckler 1999) têm um nível maior de complexidade de entendimento e implementação e exigem mais tempo e energia para programação. Estas operações não estão presentes neste trabalho.

2.3 Conceitos gerais

Algumas das operações de contornos dependem do entendimento de conceitos matemáticos como conjuntos e lógica difusa. Em uma primeira leitura recomendo pular esta seção e voltar apenas quando necessário. A figura 2.1 poderá sempre ser usada como guia de leitura.

2.3.1 Tupla ordenada, par ordenado e produto cartesiano

Uma tupla ordenada ou n-tupla é um conjunto finito ordenado de n elementos. Por exemplo, $\{0, 7, 2, 3\}$ é uma 4-tupla. Uma tupla de dois elementos é conhecida como par ordenado e é representado com parênteses. Por exemplo, $(1, 3)$, (a, b) e $(e, 5)$ são pares ordenados.

O produto cartesiano de dois conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os pares ordenados (a, b), onde a pertence ao conjunto A, e b ao conjunto B. Formalmente, $A \times B =$

$\{(a, b)|a \in A \wedge b \in B\}$ (Rosen 2007, p. 118). Por exemplo, o produto cartesiano entre os conjuntos $A = \{0, 1\}$ e $B = \{i, j, k\}$ é o conjunto $A \times B = \{(0, i), (0, j), (0, k), (1, i), (1, j), (1, k)\}$. O produto cartesiano pode ser gerado com um mesmo conjunto. Por exemplo, $A \times A = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$.

2.3.2 Conjuntos difusos

Os conjuntos rígidos (ou ordinários[6]) têm uma propriedade de pertencimento tal que um elemento pode apenas pertencer ou não pertencer ao conjunto. Por exemplo, dado o conjunto dos números naturais menores que 10, $N = \{0, 1, 2...7, 8, 9\}$, podemos dizer que qualquer dos elementos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 pertence a N, da mesma forma que qualquer elemento diferente desses não pertence a N. Por exemplo, o número 11, a palavra casa e a cor azul não pertencem a N. Nos conjuntos difusos é possível haver um grau intermediário de pertencimento, uma vez que

> Um conjunto difuso é uma classe de objetos com graus contínuos de pertencimento. Tal conjunto é caracterizado por uma função de pertencimento (característica) que associa a cada objeto um grau de pertencimento variando entre zero e um[7]. (Zadeh 1965, p. 338)

Para exemplificar a diferença entre conjuntos rígidos e difusos tomarei como exemplo um conjunto universo formado por uma suposta turma composta dos 5 alunos Roberto, Fernanda, Aline, Wilson e Mário e suas notas (vide tabela 2.1a). Considerando A o conjunto de alunos com nota maior que 7, podemos dizer que Roberto, Fernanda e Aline pertencem ao conjunto A, e que Wilson e Mário não pertencem a este conjunto. O conjunto A é rígido. Não há outra possibilidade além do pertencimento ou não pertencimento.

Consideremos agora o conjunto B, formado pelos alunos que tiveram notas altas. Roberto certamente pertencerá a este conjunto e Mário certamente não pertencerá. O conceito de con-

[6]O termo *crisp*, ou rígido, é utilizado para diferenciar os conjuntos bivalentes ou ordinários dos conjuntos *fuzzy*, ou difusos.

[7] "A fuzzy set is a class of objects with a continuum of grades of membership. Such a set is characterized by a membership (characteristic) function which assigns to each object a grade of membership ranging between zero and one".

Aluno	Nota
Roberto	10
Fernanda	9
Aline	8
Wilson	7
Mário	5

(a) Notas dos alunos

Aluno	Pertencimento
Roberto	1.0
Fernanda	0.8
Aline	0.6
Wilson	0.4
Mário	0.0

(b) Pertencimento ao conjunto de notas altas

Tabela 2.1: Dados de exemplo de conjuntos rígidos e difusos

juntos difusos permite que os demais alunos tenham um valor intermediário de pertencimento ao grupo B. Por definição os valores de pertencimento de um elemento a um conjunto varia de 0 a 1 (Zadeh 1965, p. 339). Podemos considerar a nota de Roberto como o valor máximo de pertencimento, a nota de Mário como valor mínimo e recalcular as demais notas, conforme a definição (2.1), gerando a tabela 2.1b. Os valores desta tabela correspondem aos graus intermediários de pertencimento dos alunos ao grupo de alunos de notas altas. Com estes valores é possível perceber, por exemplo, que Fernanda (0.8) tem um grau de pertencimento maior que Wilson (0.4). Assim, pela definição da função difusa (2.1), um aluno com nota 9,5 teria 0,9 de pertencimento.

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad x \geq 10 \\ 0,2x - 1 & \text{se} \quad 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{se} \quad x < 5 \end{cases} \tag{2.1}$$

Os conjuntos difusos podem ser descritos com os valores de pertencimento dos elementos e os próprios elementos (Rosen 2007, p. 132). Por exemplo, o conjunto B pode ser descrito como $B = \{1 \text{ Roberto}, 0.8 \text{ Fernanda}, 0.6 \text{ Aline}, 0.4 \text{ Wilson}, 0 \text{ Mário}\}$.

2.3.3 Combinação e coeficiente binominal

Os elementos de um conjunto podem ser combinados entre si. Por exemplo, os conjuntos $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$ e $\{1, 2\}$ são combinações de dois elementos do conjunto $S = \{0, 1, 2\}$. O número de combinações de r elementos em um conjunto de cardinalidade n é conhecido como coeficiente binominal (Rosen 2007, p. 357) e é calculado pela equação (2.2).

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{2.2}$$

Por exemplo, a cardinalidade do conjunto S é 3. Dessa forma, o número de combinações possíveis de dois elementos do conjunto S é $\frac{3!}{2!(3-2)!}$, ou seja, 3. O coeficiente binominal é representado como $\binom{3}{2} = 3$, ou $C(3, 2) = 3$.

2.4 Conceitos da Teoria dos Contornos

2.4.1 Espaço de contorno

Original: *Contour space* (Morris 1987) [8]

O entendimento de espaço de contornos depende do conceito de espaço musical. Diversos autores contribuíram para o avanço do estado de arte do conceito de espaço musical (Lewin 1987; Morris 1987; Morris 1995; Morris 1998; Scott e Isaacson 1998; Randall e Khan 2010). Uma revisão da literatura deste tema demanda um aprofundamento que foge ao escopo deste trabalho.

Um espaço musical é uma família de elementos musicais (Lewin 1987, p. 26). Um espaço musical pode ser constituído por qualquer elemento musical, como alturas de uma escala pentatônica {Dó,Ré,Mi,Sol,Lá}; alturas cromáticas {Si♭0,Si0,Dó1,...,Lá#7,Si7,Dó8}; ou durações de notas {semicolcheia,colcheia,semínima,mínima}. O espaço musical herda as características

[8] Ao longo deste capítulo eu identifico a origem de cada operação e o termo original.

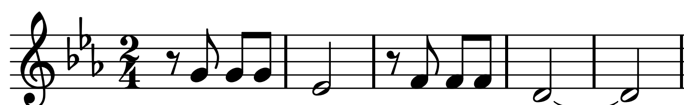


Figura 2.2: Motivo da Quinta Sinfonia de Beethoven

dos conjuntos matemáticos. Por definição, um conjunto não é ordenado, e tem uma única representação de cada elemento, independente do número de ocorrências do elemento (Rosen 2007, p. 113).

Por exemplo, o motivo principal da Quinta Sinfonia de Beethoven (fig. 2.2), tem espaço de alturas representado pelo conjunto de quatro elementos {Ré,Mi♭,Fá,Sol}. As repetições de notas são desconsideradas e a ordem de representação dos elementos do conjuntos não importa. Usei a ordem crescente apenas para simplificar a visualização.

O espaço de contorno é uma abstração de espaço musical que consiste em elementos organizados do menor para o maior valor, renumerados de 0 a $n-1$, onde n é a ordem do contorno, isto é, o número total de elementos distintos (Morris 1987, p. 26). Por exemplo, o espaço de contorno das alturas do motivo principal da Quinta Sinfonia de Beethoven (fig. 2.2) é o conjunto formado pela renumeração dos quatro elementos do espaço de altura, Ré, Mi♭, Fá e Sol, de 0 a $4-1$: $\{0,1,2,3\}$. O espaço de durações de notas deste mesmo fragmento é o conjunto de três elementos, {colcheia,mínima,semibreve}. O espaço de contorno de durações deste fragmento é o conjunto $\{0,1,2\}$. Em ambos os casos, o valor absoluto de cada elemento e as repetições adjacentes dos elementos foram ignorados. Portanto, um espaço de contorno é um conjunto não ordenado de pontos enumerados com valores inteiros do menor para o maior, mapeados a partir de uma dada dimensão musical.

Os elementos do espaço de contorno são chamados de alturas de contorno (*c-pitch*). No entanto, neste trabalho utilizo a expressão ponto de contorno—ou *c-point* (CP)—no lugar de altura de contorno, pois a Teoria dos Contornos é generalizada para diversos parâmetros além de altura. A seção 4.2 contém uma discussão sobre esta generalização e terminologia. Por consequência da definição de espaço de contorno, todo ponto de contorno é um valor inteiro.

2.4.2 Segmento de contorno

Original: *Contour segment* (Marvin 1988)

Um segmento de contorno é um conjunto de CP ordenados, ou seja, uma tupla ordenada. Os CP de um dado espaço de contorno podem ser ordenados em um segmento de contorno de infinitas maneiras. Por exemplo, os CP do espaço de contorno $\{0, 1, 2\}$ podem ser permutados e organizados nos segmentos < 0 1 >, < 1 0 >, < 1 2 >, < 2 1 >, < 0 1 2 >, < 0 2 1 >, < 1 0 2 >, < 1 2 0 >, < 2 0 1 >, e < 2 1 0 >. Além das permutações possíveis aos CP deste espaço, um segmento pode conter repetições não adjacentes de CP, como em < 0 1 0 > e < 0 1 2 1 >. Estes CP podem ainda ser repetidos e organizados de modo a gerar infinitos segmentos de contorno como < 0 1 0 1 0 1 0 > (Morris 1993, p.228). Por essa razão a cardinalidade do segmento é ilimitada, independente do número de CP distintos do segmento.

Um segmento de contorno pode conter todos os CP de um espaço de contorno ou apenas um subconjunto destes CP. Por exemplo, o segmento < 0 1 2 > contém todos os CP do espaço $\{0, 1, 2\}$, e o segmento < 0 1 > contém apenas um subconjunto destes CP. O número de elementos distintos do segmento é limitado ao número de CP do espaço de contorno. Por exemplo, os CP do segmento de contorno < 0 1 2 > não podem pertencer ao espaço de contorno $\{0, 1\}$, pois o CP 2 não pertencente a este espaço.

Os CP de um segmento de contorno podem pertencer a infinitos espaços de contornos de ordens diferentes. Por exemplo, os CP do segmento < 0 1 > podem pertencer aos espaços de contornos $\{0, 1\}$, $\{0, 1, 2\}$, $\{0, 1, 2, 3\}$, de ordens 2, 3 e 4, e assim por diante.

Por convenção, segmentos de contorno são chamados *cseg* e indicados numericamente entre os sinais “<” e “>”. Para simplificar o texto, neste trabalho utilizo a expressão “contorno” para me referir a segmentos de contornos. O contorno é identificado com uma letra maiúscula, como A < 7 9 3 >, e cada CP é identificado pela letra do contorno e por um número subscrito enumerado de 0 a $n - 1$ na ordem dos CP do contorno, como $A_0 = 7$, $A_1 = 9$, e $A_2 = 3$. As repetições adjacentes de CP de mesmo valor são eliminadas (Friedmann 1985, p. 226). Um segmento de contorno pode ser representado graficamente, como na figura 2.3.

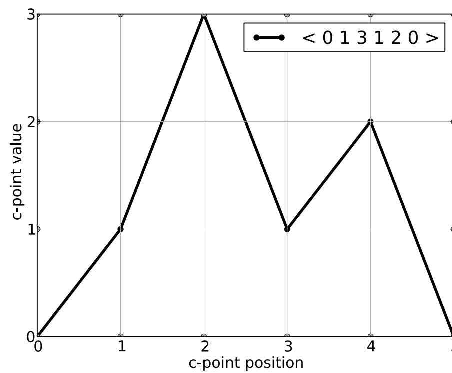


Figura 2.3: Representação gráfica do segmento de contorno < 0 1 3 1 2 0 >

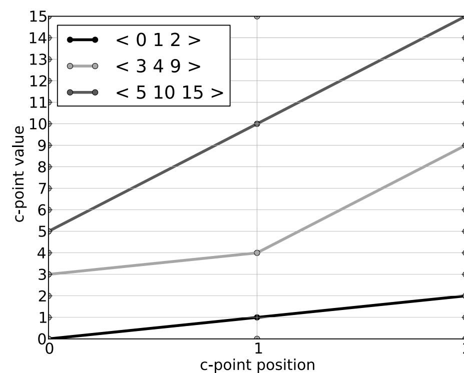


Figura 2.4: Contornos equivalentes

2.4.3 Equivalência de contornos

Original: *Contour equivalence* (Morris 1987)

Dois ou mais contornos são considerados equivalentes quando geram uma mesma matriz de comparação (Morris 1987, p. 28), ou seja, quando mantêm a mesma estrutura de relações de valores entre seus CP. Por exemplo, contornos como < 0 1 2 >, < 3 4 9 > e < 5 10 15 > são equivalentes, pois mantêm a mesma matriz de comparação (fig. 2.4). A seção 2.7.3 (p. 63) contém o conceito e exemplos da matriz de comparação.

2.4.4 Classe de contornos equivalentes

Original: *Contour class* (Morris 1987)

A classe de contornos equivalentes é importante para a verificação de similaridade entre

Csegclass	Prime form
4-1	< 0 1 2 3 >
4-2	< 0 1 3 2 >
4-3	< 0 2 1 3 >
4-4	< 0 2 3 1 >
4-5	< 0 3 1 2 >
4-6	< 0 3 2 1 >
4-7	< 1 0 3 2 >
4-8	< 1 3 0 2 >

Tabela 2.2: Classes de contornos de cardinalidade 4

contornos. Uma classe de contornos equivalentes contém apenas contornos equivalentes entre si de forma direta ou por relação de inversão ou retrogradação (veja essas operações nas seções 2.5.2 e 2.5.1). Por exemplo, o contorno < 0 3 1 2 >, o seu retrógrado < 2 1 3 0 >, sua inversão < 3 0 2 1 > e o retrógrado da sua inversão, < 1 2 0 3 > pertencem a uma mesma classe de contornos equivalentes, a classe 4-5.

No caso de contornos sem repetição de CP, cada classe de contorno é identificada por dois dígitos. O primeiro indica a cardinalidade da classe e o segundo indica a posição desta classe entre todas as classes de mesma cardinalidade. As classes de mesma cardinalidade são organizadas ascendentemente, conforme tabela 2.2[9]. Por exemplo, há oito classes de contornos de cardinalidade 4. De acordo com esta organização ascendente, o contorno < 0 3 1 2 > pertence à quinta classe de contorno de cardinalidade 4. Por isso, sua classe é identificada pelos dígitos 4-5.

Em contornos com repetição de CP, indica-se a cardinalidade e um par de classes como 5-2/4. Um contorno com repetição de CP contém valores zero na matriz de comparação fora da diagonal principal. Para calcular cada membro do par de classes é necessário substituir os valores zero do triângulo superior[10] por $+$ e calcular a classe resultante, e em seguida repetir o procedimento com a substituição de zero por $-$.

Por exemplo, a classe do contorno C < 0 1 0 2 > (tab. 2.3a) é formada pelo par das classes dos contornos resultantes das substituições do valor 0 do triângulo superior da matriz (tabelas 2.3b

[9]Vide forma prima na seção 2.4.6
[10]Basta calcular o triângulo superior porque a matriz de comparação é uma matriz antissimétrica.

	0	1	0	2
0	0	+	0	+
1	-	0	-	+
0	0	+	0	+
2	-	-	-	0

(a) Contorno C < 0 1 0 2 >

	0	1	0	2
0	0	+	⊕	+
1		0	-	+
0			0	+
2				0

(b) Substituição por +

	0	1	0	2
0	0	+	⊖	+
1		0	-	+
0			0	+
2				0

(c) Substituição por -

Tabela 2.3: Matrizes de contornos com repetição de CP

e 2.3c). Portanto a classe de C é 4-3/5, pois as classes 4-3 e 4-5 têm as matrizes das tabela 2.3b, e 2.3c, respectivamente.

Na seção 4.4 (p. 97) apresento uma proposta de nível mais alto de abstração para as classes de contornos equivalentes, baseada na sua forma prima, e não no par de números vistos nesta seção. Com esta proposta, contornos como os de classe 4-1 e 4-3/5 passam a ser identificados unicamente com suas formas primas, < 0 1 2 3 > e < 0 1 0 2 >.

2.4.5 Forma normal

Original: *Normal form* (Marvin e Laprade 1987)

Um contorno está em forma normal quando os seus CP estão enumerados de 0 a $n-1$, onde n é o número de CP de valores diferentes do contorno. Por exemplo, o início da melodia principal do Concerto de Brandemburgo n. 3 (fig. 2.5) tem contorno de alturas < 7 6 7 5 3 5 7 6 7 2 1 2 7 6 7 0 1 2 4 5 >. Este fragmento tem construção motívica e pode ser segmentado como indicado na figura. Os fragmentos têm os contornos < 7 6 7 >, < 5 3 5 >, < 7 6 7 >, < 2 1 2 >, < 7 6 7 >, < 0 1 2 4 5 >. O perfil melódico destes fragmentos são muito semelhantes e podem ser melhor entendidos comparando as formas normais de cada um. O primeiro fragmento tem um contorno com dois CP diferentes, 6 e 7. O CP de valor 6 é renumerado como 0 e os CP de valor 7 são renumerados como 1, resultando na forma normal < 1 0 1 >. Todos os fragmentos desta figura exceto o último têm forma normal < 1 0 1 >. O último fragmento tem forma normal < 0 1 2 3 4 >. Portanto, os primeiros cinco fragmentos têm exatamente o mesmo contorno de altura, pois têm a mesma forma normal.

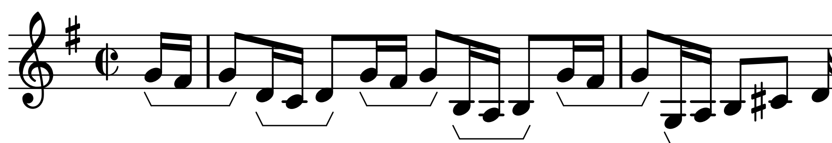


Figura 2.5: Fragmento da melodia inicial do Concerto de Brandemburgo n. 3

A forma normal é útil para o estabelecimento de identidade entre contornos, uma vez que todo contorno é equivalente à sua forma normal. A forma normal é calculada pela operação de translação (veja seção 2.5.4).

2.4.6 Forma prima de classe de contornos equivalentes

Original: *Prime form* (Marvin e Laprade 1987)

A forma prima de um contorno representa todos os contornos de uma determinada classe de contornos equivalentes. Neste trabalho proponho o algoritmo Sampaio para cálculo desta operação, em substituição ao algoritmo de Marvin e Laprade (vide detalhes sobre os algoritmos na seção 4.6, p. 105).

Simbolicamente a forma prima é identificada com um sublinhado na letra identificadora do contorno (Marvin e Laprade 1987, p. 231). Por exemplo, o contorno $\underline{F}$ < 0 3 1 2 > é a forma prima da sua classe.

2.4.7 Tipologia de contornos

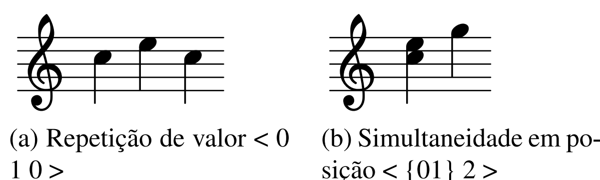
Original: *Contour Typology* (Adams 1976)

Charles Adams formalizou um conceito e tipologia de contornos melódicos para análise descritiva e comparativa (Adams 1976). Ele definiu 15 tipos de contornos (vide figura 2.6) a partir de três ideias: a) redução de uma melodia a apenas quatro pontos—registro da nota inicial, final, da nota mais aguda e mais grave; b) da relação de registro entre estes pontos, isto é, se o ponto inicial tem mesmo registro, é mais grave ou agudo que o ponto final, se o ponto mais agudo

Figura 2.6: Tipologia de contornos de Charles Adams

ocorre antes ou depois do ponto final, e ainda se o ponto mais agudo e/ou mais grave coincidem com os pontos inicial e/ou final; e c) da possível recorrência entre estes pontos.

Por exemplo, na figura 2.6 a linha Dø contém contornos em que os pontos extremos (agudo e grave) coincidem com nota inicial e final, ou seja, ocorrem apenas dois pontos. A linha D1 contém contornos em que um dos pontos extremos coincide com ponto inicial e/ou final—em D1R1 o ponto que coincide é o mais grave e em D1R2 o mais agudo. A linha D2 contém contornos em que os pontos extremos não coincidem com ponto inicial ou final—em D2R1 o ponto mais agudo ocorre antes do mais grave, e em D2R2 ocorre o inverso. As colunas S1, S2 e S3 indicam a inclinação entre ponto inicial e final. Em S1 o ponto inicial é mais agudo que o final, em S2 eles têm mesma altura, e em S3 o ponto inicial é mais grave que o final.



(a) Repetição de valor < 0 1 0 >

(b) Simultaneidade em posição < {01} 2 >

Figura 2.7: Contornos primos com repetições

2.4.8 Contorno primo

Original: *Prime contour* (Morris 1993)

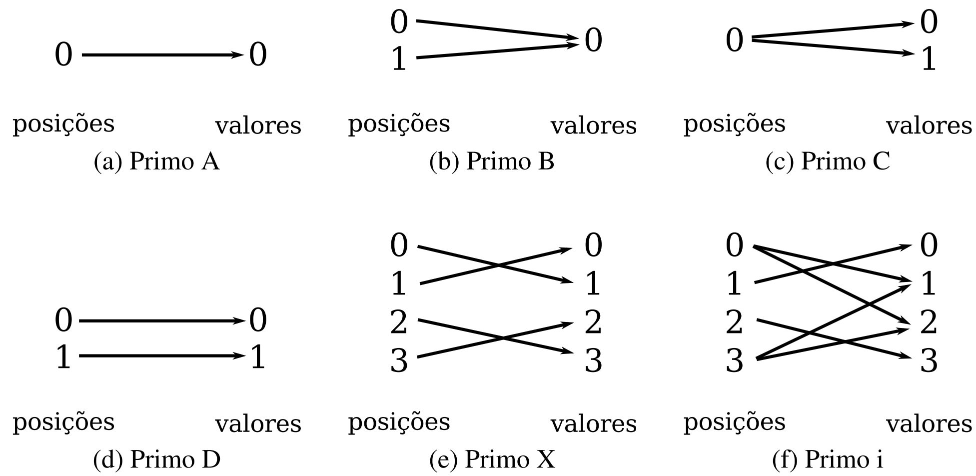
Os contornos primos de Morris/Schultz constituem uma alternativa à tipologia de contornos de Charles Adams (seção 2.4.7) e não têm relação com a forma prima de contornos equivalentes (seção 2.4.6). O contorno primo é a versão mais compacta que um contorno pode ter. Um contorno pode ser reduzido à sua versão prima por meio dos algoritmos de Morris (1993) e Schultz (2009) (vide seções 2.5.6 e 2.5.7, respectivamente). Cada contorno primo tem uma classe constituída por contornos com relação de retrogradação, inversão e retrógrado da inversão.

Os contornos primos podem conter repetições de valores e simultaneidades. Por exemplo, o contorno G < 0 1 0 > contém uma repetição de valor (figura 2.7a) e o contorno < {0 1} 2 > contém uma simultaneidade na primeira posição[11] (figura 2.7b). A simultaneidade em uma posição é indicada pelos sinais "{" e "}".

Os contornos primos são classificados pelo número de valores e posições. Por exemplo, o contorno A < 0 > tem apenas uma posição e um valor. A figura 2.8a contém um diagrama da sua relação entre posição e valor. O contorno B < 0 0 > tem duas posições e um único valor (fig. 2.8b). O contorno C < {0 1} > tem uma posição e dois valores (fig. 2.8c). O contorno D < 0 1 > tem duas posições e dois valores (fig. 2.8d) e o contorno X tem quatro posições e quatro valores (fig. 2.8e). A relação entre posição e valor destes dois contornos é de um para um. A figura 2.8f contém relações mais complexas, do contorno I < {1 2} 0 3 {1 2} >. Este contorno contém simultaneidades e repetições de valores (figura 2.9).

Robert Morris (1993, p. 218) propôs 25 contornos primos básicos e 28 secundários (fig. 2.10).

[11]Morris chama essas posições de *timepoint*.



(a) Primo A (b) Primo B (c) Primo C
(d) Primo D (e) Primo X (f) Primo i

Figura 2.8: Relações de posição e valor em contornos primos

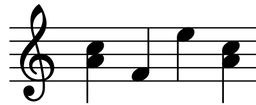


Figura 2.9: Melodia com contornos primo I

Os contornos primos básicos contêm até quatro diferentes valores, e os contornos primos secundários contêm até cinco ou seis valores. Dessa forma, todo contorno pode ser reduzido a um desses 53 contornos primos. Posteriormente Schultz acrescentou dois contornos primos que não poderiam ser reduzidos a nenhum dos 53 primos anteriormente propostos por Morris: α < 1 0 2 0 1 > e β < 1 0 3 0 2 > (Schultz 2009, p. 125). Schultz preferiu não integrar os contornos ao esquema de nomenclatura de Morris para evitar confusão com os demais primos definidos por Morris (Schultz 2009, p. 129).

Apenas 5 desses primos não contêm repetições ou simultaneidades: A < 0 >, D < 0 1 >, L < 0 2 1 >, X < 1 0 3 2 > e Y < 1 3 0 2 >. Estes contornos, unidos a G < 0 1 0 >, P < 1 0 2 1 >, e aos novos primos α < 1 0 2 0 1 > e β < 1 0 3 0 2 > formam o conjunto dos contornos primos lineares. As seções 2.5.6 c 2.5.7 contêm exemplos de redução de contornos que resultam em contornos primos.

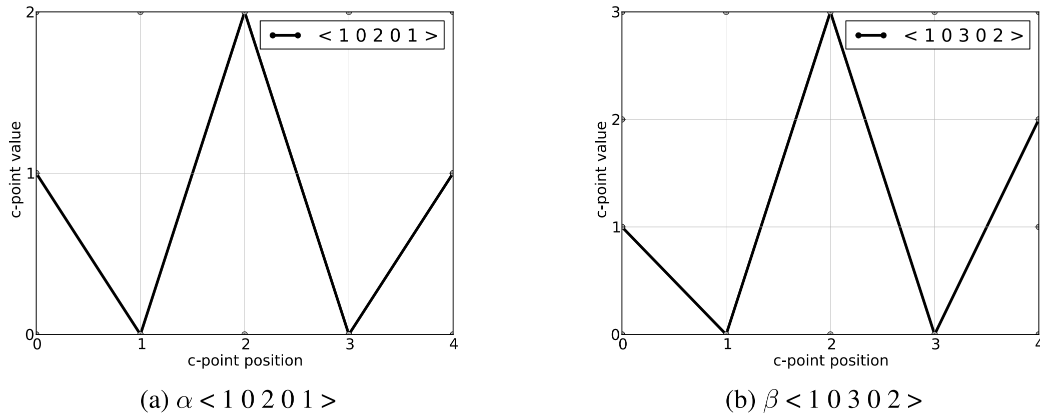
número de posições \ número de valores	1	2	3	4
1	A < 0 >	C < {0 1} >		
2	B < 0 0 >	D < 0 1 > E < {0 1} 0 > F < {0 1} {0 1} >	H < {0 1} 2 > I < {0 2} 1 > J < {0 1} {0 2} > K < {0 1} {1 2} >	Q < {0 1} {2 3} > R < {0 2} {1 3} > S < {0 3} {1 2} >
3		G < 0 1 0 >	L < 0 2 1 > M < {0 1} 2 0 > N < {0 1} 2 1 > O < 1 {0 2} 1 >	T < {0 1} 3 2 > U < {0 2} 3 1 > V < 0 3 {1 2} > W < 1 {0 3} 2 >
4			P < 1 0 2 1 >	X < 1 0 3 2 > Y < 1 3 0 2 >

(a) Básicos

Posições	Valores 3	4	5	6
3	a < {0 1} 2 {0 1} >	b < {0 1} 3 {1 2} > c < {0 2} 3 {1 2} > d < {1 2} {0 3} 2 > e < {1 2} {0 3} {1 2} > f < {1 3} 0 {2 3} >	j < {0 1} 4 {2 3} > k < {0 2} 4 {1 3} > l < {0 3} 4 {1 2} > m < {1 2} {0 4} 3 > n < {1 2} {0 4} {2 3} > o < {1 3} {0 4} 2 > p < {1 3} {0 4} {2 3} >	w < {1 2} {0 5} {4 3}> x <{1 3} {0 5} {2 4} > y <{1 4} {0 5} {2 3} >
4		g < {1 2} 0 3 2 > h < {1 2} 3 0 2 > i < {1 2} 0 3 {1 2} >	q < {1 2} 0 4 3 > r < {1 2} 4 0 3 > s < {1 2} 0 4 {2 3} > t < {1 3} 0 4 2 > u < {1 3} 0 4 {2 3} > v < {1 3} 4 0 {2 3} >	z < {1 2} 0 5 {3 4}> aa < {1 3} 0 5 {2 4}> bb < {1 4} 0 5 {2 3}>

(b) Secundários

Figura 2.10: Contornos primos de Morris



(a) α < 1 0 2 0 1 >

(b) β < 1 0 3 0 2 >

Figura 2.11: Contornos primos adicionais

2.4.9 Conjuntos de pertencimento

Original: *Membership sets* (Quinn 1997)

Um contorno tem relações de ascendência, descendência ou igualdade entre pares de CP. Por exemplo, um contorno A < 0 1 0 > tem uma relação de ascendência entre o par de CP $(0, 1)$, de descendência entre $(1, 0)$, e de igualdade entre $(0, 0)$. O total de relações entre CP de um contorno é o conjunto das relações do seu produto cartesiano. Por exemplo, um contorno B < 1 2 > tem como produto cartesiano o conjunto $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$. As relações $(1, 1)$ e $(2, 2)$ pertencem a um subconjunto de relações de igualdade $B^0 = \{(1, 1), (2, 2)\}$, a relação $(1, 2)$ pertence ao conjunto de relações ascendentes $B^+ = \{(1, 2)\}$, e a relação $(2, 1)$ pertence ao conjunto de relações descendentes $B^- = \{(2, 1)\}$.

Formalmente o conjunto de relações ascendentes C^+ de um contorno C é formado por todos os pares ordenados (p, q) pertencentes ao produto cartesiano do contorno C, onde o valor de q é maior que o valor de p. (2.3)

$$C^+ = \{(p, q) \in C \times C | q > p\} \tag{2.3}$$

Uma relação não pode ser ao mesmo tempo ascendente, descendente ou de igualdade, pois dado um par de CP (p, q), se q for maior que p, q não poderá ser menor ou igual a p (relação

(2.4)). Esta relação antissimétrica é útil para o entendimento do pertencimento ascendente (seção 2.4.10).

$$(p, q) \in C^+ \rightarrow (q, p) \notin C^+ \tag{2.4}$$

2.4.10 Pertencimento ascendente difuso

Original: *Fuzzy membership in* C^+ (Quinn 1997)

Diversos aspectos de contornos podem ser usados como conjunto de pertencimento difuso, no entanto, a maneira mais simples e elegante de representar a essência de contornos é usar os movimentos ascendentes. Além disso esta representação é suficiente para as necessidades da extensão difusa para contornos (Quinn 1997).

O valor do pertencimento de um par de CP (p, q) de um contorno C ao conjunto de movimentos ascendentes C^+ é representado pela letra μ (de *membership*), pelo conjunto de movimentos, e pelos próprios elementos: $\mu_{C^+}(p, q)$. O valor do pertencimento varia de 0 a 1, onde 0 indica nenhum pertencimento, e 1 indica total pertencimento. Em um pertencimento rígido, o valor de $\mu_{C^+}(p, q)$ será sempre 1.

A partir da relação antissimétrica (2.4) é possível entender que se o valor de pertencimento de um par (p, q) é dado por $\mu_{C^+}(p, q)$, o valor de não pertencimento será dado por $\mu_{C^+}(q, p)$. Considerando ainda que o valor do pertencimento varia de zero a um, a soma entre o pertencimento e o não pertencimento de dois CP p e q é sempre igual ou menor que 1, conforme expressão difusa antissimétrica (2.5).

$$\mu_{C^+}(p, q) + \mu_{C^+}(q, p) \leq 1 \tag{2.5}$$

2.5 Operações generativas

As operações generativas resultam em um novo contorno. Estas operações ajudam a estabelecer e verificar identidade entre contornos.

2.5.1 Retrogradação

Original: *Retrograde* (Friedmann 1985)

A retrogradação de um contorno é semelhante à retrogradação de um conjunto de notas. Por exemplo, dado um contorno B < 0 1 2 3 >, seu retrógrado será R(B) < 3 2 1 0 >, conforme a figura 2.12. Nesta figura os dois fragmentos contêm alturas diferentes, mas a relação entre seus contornos é de retrogradação.

2.5.2 Inversão

Original: *Inversion* (Morris 1987)

A inversão de um contorno também é semelhante à que ocorre com conjunto de notas. Morris (1987, p. 29) definiu inversão com a equação (2.6), onde n representa a posição do CP no contorno (vide seção 2.4.2), P_n representa cada CP do contorno, e q, a ordem do espaço de contorno onde a inversão ocorre.

$$IP_n = (q - 1 - P_n) \tag{2.6}$$

O menor espaço de contorno onde a inversão de um contorno pode ser realizada deve ter

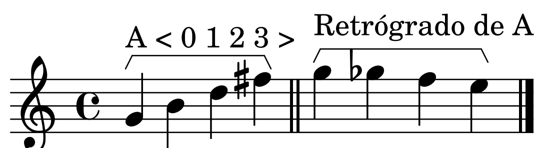
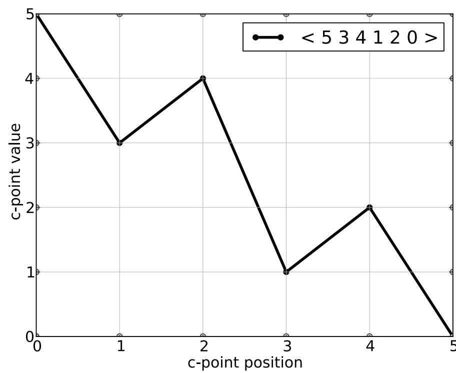
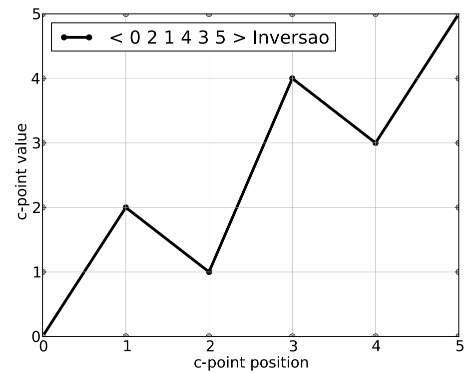


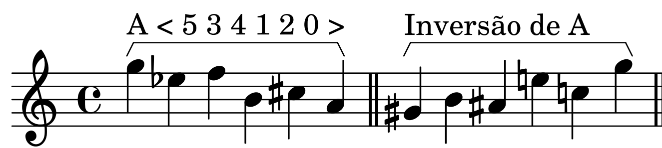
Figura 2.12: Retrogradação de contorno



(a) Contorno C < 5 3 4 1 2 0 >



(b) Inversão do contorno C: I(C) < 0 2 1 4 3 5 >



(c) Melodias com contorno C e inversão

Figura 2.13: Inversão de contornos

ordem igual ao CP de maior valor do contorno acrescido de um, uma vez que os CP de um espaço de contorno de ordem q são enumerados de 0 a $q - 1$ (vide maiores informações sobre espaço e ordem nas seções 2.4.1, p. 19 e 2.4.2, p. 21).

Por exemplo, para calcular a inversão do contorno C < 5 3 4 1 2 0 > em um espaço de contornos de ordem 6 basta usar a equação (2.6) em cada elemento.

```
C < 5 3 4 1 2 0 >

q = 6

I(5) = 6 - 1 - 5 = 0
I(3) = 6 - 1 - 3 = 2
I(4) = 6 - 1 - 4 = 1
I(1) = 6 - 1 - 1 = 4
I(2) = 6 - 1 - 2 = 3
I(0) = 6 - 1 - 0 = 5
```

Dessa forma, a inversão de C < 5 3 4 1 2 0 > é I(C) < 0 2 1 4 3 5 >. A figura 2.13 contém a representação gráfica (figuras 2.13a e 2.13b) e duas melodias (figura 2.13c) com o contorno C e a sua inversão.

A inversão do contorno C pode ocorrer em qualquer outro espaço de contorno, como um espaço de ordem 10, por exemplo, resultando em I(C) < 4 6 5 8 7 9 >. Embora a inversão de contornos em espaços de ordens diferentes resultem em contornos diferentes, todos eles são relacionados pela operação de translação.

```
C < 5 3 4 1 2 0 >

q = 10

I(5) = 10 - 1 - 5 = 4
I(3) = 10 - 1 - 3 = 6
I(4) = 10 - 1 - 4 = 5
I(1) = 10 - 1 - 1 = 8
I(2) = 10 - 1 - 2 = 7
I(0) = 10 - 1 - 0 = 9
```

2.5.3 Rotação

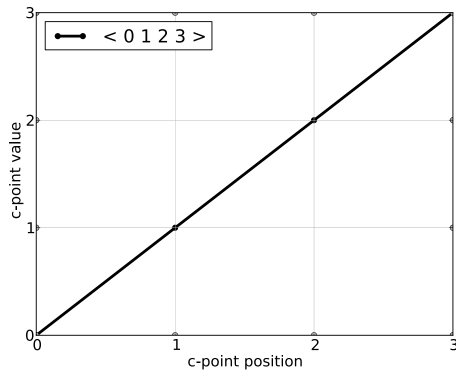
Original: *Rotation* (Friedmann 1985)

A operação de rotação de contorno é uma permutação cíclica. Os CP iniciais são deslocados para o final do contorno sem alterar a sua ordem. Por exemplo, o contorno B < 0 1 2 3 > tem como rotação de fator 1 Rot_1(B) < 1 2 3 0 >. O fator indica o número de CP deslocados para o final do contorno. Dessa forma, as demais rotações possíveis neste contorno são Rot_2(B) < 2 3 0 1 >, de fator 2, e Rot_3(B) < 3 0 1 2 >, de fator 3. A figura 2.14 contém representações gráficas do contorno B e das rotações e melodias com rotações do contorno B (figura 2.14e).

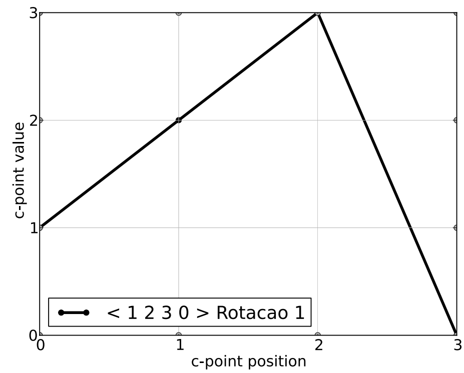
Esta operação pode provocar mudança de classe do contorno. Por exemplo, o contorno B < 0 1 2 3 >, pertence à classe 4-1 e as rotações de fator 1, 2 e 3 pertencem às classes 4-6, 4-7, e 4-6, respectivamente.

2.5.4 Translação

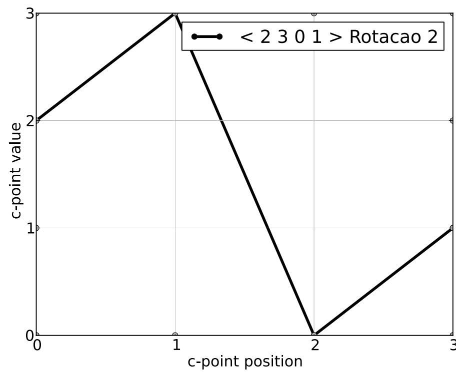
Original: *Translation* (Marvin e Laprade 1987)



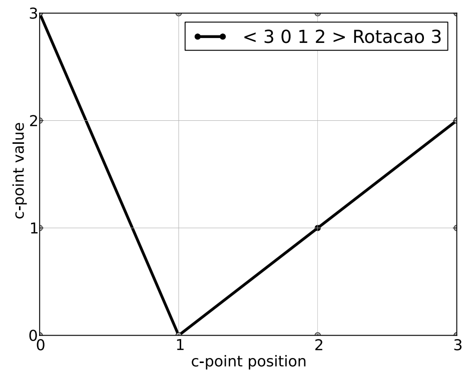
(a) Contorno B < 0 1 2 3 >



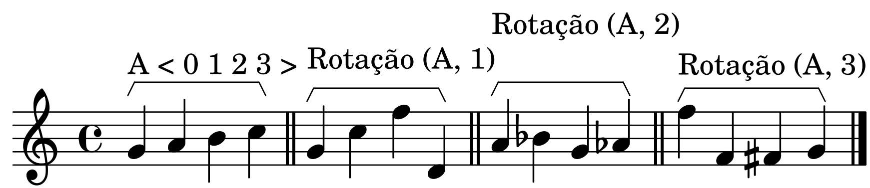
(b) Rotação de B, fator 1



(c) Rotação de B, fator 2



(d) Rotação de B, fator 3



(e) Melodias com rotações do contorno B

Figura 2.14: Rotação de contornos

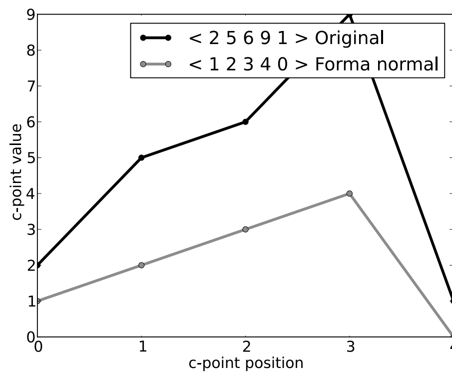


Figura 2.15: Translação de contorno

	2	5	6	9	1
2	0	+	+	+	-
5	-	0	+	+	-
6	-	-	0	+	-
9	-	-	-	0	-
1	+	+	+	+	0

(a) Contorno < 2 5 6 9 1 >

	1	2	3	4	0
1	0	+	+	+	-
2	-	0	+	+	-
3	-	-	0	+	-
4	-	-	-	0	-
0	+	+	+	+	0

(b) Contorno < 1 2 3 4 0 >

Tabela 2.4: Matrizes de comparação de contornos transladados

A operação de translação consiste na re-enumeração de um contorno de forma que o seu menor *c-pitch* seja 0, e o maior, $n-1$, sendo n o número de *c-pitch* do contorno (Marvin e Laprade 1987, p. 228). A translação do contorno possui a mesma matriz de comparação do contorno original. Esta operação realiza uma espécie de "achatamento" no contorno, removendo os valores intermediários.

Por exemplo, dado um contorno D < 2 5 6 9 1 >, a translação irá retornar a forma normal (seção 2.4.5) de T(D): < 1 2 3 4 0 > (vide representações gráficas na figura 2.15 e matrizes de comparação na tabela 2.4). Um outro exemplo, o contorno E < 3 34 21 55 >, tem forma normal T(E) < 0 2 1 3 >.

2.5.5 Subconjuntos de contornos

Original: *Contour subsets* (Marvin e Laprade 1987)

Um subconjunto de contorno (ou *c-subseg*) é uma coleção ordenada de elementos de um

contorno. Os elementos podem ser adjacentes ou não. Por exemplo, o contorno < 0 1 2 > tem os subconjuntos < 0 >, < 1 >, < 2 >, < 0 1 >, < 0 2 > e < 0 1 2 >. Esta operação é útil para o cálculo de similaridade entre contornos com cardinalidade diferente (vide seção 2.7.9).

2.5.6 Redução de contornos—Morris

Original: *Contour reduction* (Morris 1993)

Esta operação retorna um contorno primo a partir da remoção recursiva de CP de um contorno dado. Estes CP são removidos de acordo com o algoritmo 2.1, baseado na percepção da proeminência de bordas, do princípio de saliência da psicologia da *Gestalt* (Morris 1993, p. 215). Este algoritmo é baseado na retenção local de valores máximos e mínimos de CP e eliminação de valores intermediários.

Algorithm: Given a contour C and a variable N:.

Step 0: Set N to 0.

Step 1: Flag all maxima in C; call the resulting set the max-list.

Step 2: Flag all minima in C; call the resulting set the min-list.

Step 3: If all pitches in C are flagged, go to step 9.

Step 4: Delete all non-flagged pitches in C.

Step 5: N is incremented by 1 (i.e., N becomes $N + 1$).

Step 6: Flag all maxima in max-list. For any string of equal and adjacent maxima in max-list, either: (1) flag only one of them; or (2) if one pitch in the string is the first or last pitch of C. flag only it; or (3) if both the first and last pitch of C are in the string. flag (only) both the first and last pitch of C.

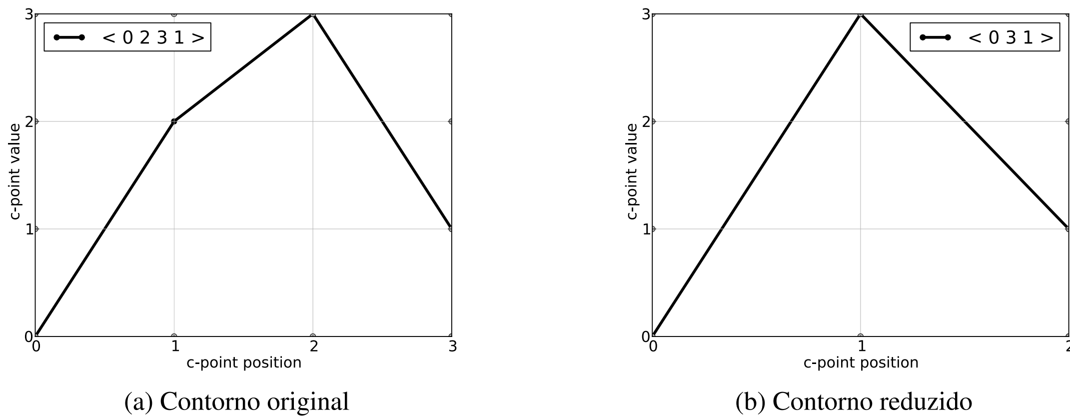
Step 7: Flag all minima in min-list. For any string of equal and adjacent minima in min-list, either: (1) flag only one of them; or (2) if one pitch in the string is the first or last pitch of C, flag only it; or (3) if both the first and last pitch of C are in the string, flag (only) both the first and last pitch of C.

Step 8: Go to step 3.

Step 9: End. N is the "depth" of the original contour C.

Algoritmo 2.1: Morris Contour Reduction Algorithm

Por exemplo, esta operação reduz o contorno < 0 2 3 1 > (fig. 2.16a) a < 0 3 1 > (fig. 2.16b), ou < 0 2 1 >, após uma translação. Neste caso, o CP de valor 2 tem um valor intermediário entre



(a) Contorno original (b) Contorno reduzido

Figura 2.16: Redução do contorno < 0 2 3 1 > com o algoritmo de Morris

os CP de valores 0 e 3.

O algoritmo remove os CP intermediários aos CP de valores extremos locais de forma recursiva até que todos os CP intermediários sejam removidos. O algoritmo contém uma iteração interna que só se encerra quando não restam mais CP intermediários. O número de vezes em que a iteração interna remove os CP representa a profundidade do algoritmo e é representada pela variável n.

A figura 2.17 contém um diagrama de aplicação do algoritmo ao contorno C < 0 4 3 4 2 1 >. Nesta figura as etapas estão organizadas em colunas e as iterações em linhas. As máximas são ligadas a uma linha superior ao contorno e as mínimas, ligadas a uma linha inferior. Nesta figura o fluxo do algoritmo está organizado como ocorre em um texto, da esquerda para a direita e de cima para baixo. Todo o fluxo do algoritmo descrito adiante pode ser acompanhado com a figura.

Etapas 0 a 2 Na etapa zero o algoritmo define o valor da variável n como zero. Na primeira etapa o algoritmo sinaliza todas as máximas do contorno, resultando na lista de máximas, e na segunda etapa, todas as mínimas, resultando na lista de mínimas. A sinalização de máximas ocorre quando:

> Dadas três alturas adjacentes em um contorno, se a segunda é maior ou igual às outras, ela é uma máxima. Um conjunto de alturas máximas é chamado máximas.

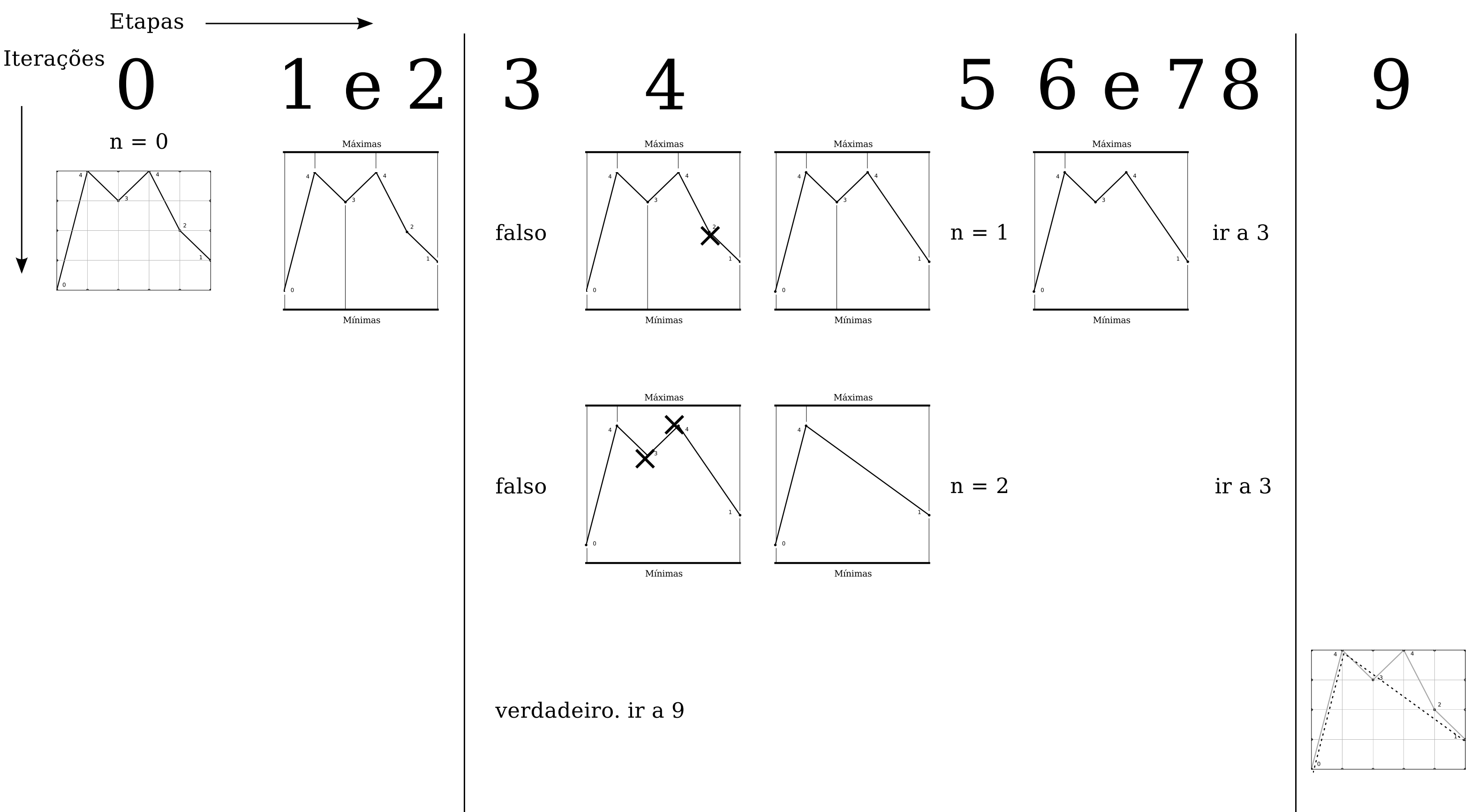


Figura 2.17: Diagrama de fluxo do Algoritmo de Redução de Morris

> A primeira e última alturas de um contorno são máximas por definição[12]. (Morris 1993, p. 212)

A sinalização de mínimas ocorre de maneira análoga.

Por exemplo, no contorno C < 0 4 3 4 2 1 >, todos os CP são comparados com seus vizinhos imediatamente anteriores e posteriores: < 0 **4** 3 >, < 4 **3** 4 >, < 3 **4** 2 >, e < 4 **2** 1 >. As máximas deste contorno são os CP de valor 0, 4, 4 e 1. O primeiro e último CP são máximas por definição. Os CP de valor 4 são os maiores entre seus vizinhos, 0 e 3, e 3 e 2, respectivamente. As mínimas de C são os CP 0, 3 e 1. Analogamente, o primeiro e último CP, e o CP de valor 3, o menor entre seus vizinhos, de valor 4.

Nas seções sobre operações de redução de Morris e Schultz, eu indico as máximas com linhas sobrescritas e as minimas com linhas subscritas, como $\overline{1}$ e $\underline{0}$, respectivamente. Os CP que são simultaneamente máximas e mínimas são indicados com linhas sobrescritas e subscritas, como $\underline{\overline{2}}$. Então, na primeira e segunda etapa o algoritmo de Morris sinaliza as máximas e mínimas do contorno C resultando no contorno < $\underline{\overline{0}}$ $\overline{4}$ $\underline{3}$ $\overline{4}$ 2 $\underline{\overline{1}}$ >.

Etapas 3 a 5 Na terceira etapa ocorre a verificação de CP do contorno não sinalizados nas listas de máximas ou de mínimas. Se todos os CP estiverem sinalizados, ocorre um salto para a nona etapa, o final do algoritmo. Caso contrário a etapa seguinte é a quarta, que determina a remoção dos CP não sinalizados nas etapas 1 e 2. No contorno C, o CP 2 não foi sinalizado em nenhuma das listas de máxima ou mínima. Dessa forma este CP é removido do contorno e o valor de n é incrementado em 1, conforme a quinta etapa.

Etapa 6 Esta etapa pode ser dividida em duas partes. Na primeira parte, todas as máximas são sinalizadas de forma semelhante à primeira etapa. A diferença crucial é que a comparação ocorre apenas entre os CP que compõem a lista de máximas, e não entre todos os CP do contorno. A partir desta etapa a sinalização de máximas ocorre sempre a partir da lista de máximas.

[12] "Given three adjacent pitches in a contour, if the second is higher than or equal to the others it is a maximum. A set of maximum pitches is called a maxima. The first and last pitches of a contour are maxima by definition.".

Por exemplo, a quarta etapa do contorno C resultou no contorno $< \overline{\underline{\mathbf{0}}}\ \overline{4}\ \underline{\mathbf{3}}\ \overline{4}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$, cuja lista de máximas é [0, 4, 4, 1]. O primeiro e último CP são sinalizados por definição. O primeiro valor 4 é sinalizado novamente como máxima, pois é maior que o anterior, 0 e igual ao posterior, 4. O segundo valor 4 também é sinalizado novamente, pois é igual ao anterior, 4, e maior que o posterior, 1. Então a primeira parte retorna o contorno com as mesmas sinalizações de máximas.

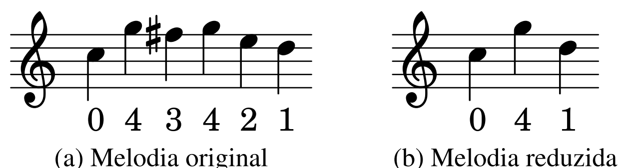
A segunda parte da sexta etapa lida com repetições adjacentes de máximas. Caso aconteçam essas repetições há três procedimentos, a depender da presença do primeiro e/ou último CP do contorno. Para cada sequência de CP adjacentes repetidos:

1. Sinalizar apenas um deles.
2. Sinalizar apenas o primeiro ou último CP do contorno se algum deles estiver presente.
3. Sinalizar apenas o primeiro e o último CP do contorno se ambos estiverem presentes.

No contorno C, a lista de máximas resultante da primeira parte da sexta etapa é [0, 4, 4, 1]. Há uma repetição adjacente dos CP de valor 4. Nenhum deles é CP inicial ou final do contorno C. Portanto sinaliza-se apenas um deles e a lista de máxima passa a ser [0, 4, 1]. Não há definição de qual dos dois CP deve ser sinalizado. Então o resultado desta etapa pode ser o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{0}}}\ \overline{\mathbf{4}}\ \underline{\mathbf{3}}\ 4\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ ou $< \overline{\underline{\mathbf{0}}}\ 4\ \underline{\mathbf{3}}\ \overline{\mathbf{4}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

Etapa 7 Esta etapa é análoga à sexta. Na primeira parte calcula-se a lista de mínimas, como na segunda etapa, resultando em [0, 1], e em seguida segue-se o mesmo princípio da segunda parte. Neste caso não há repetições a se considerar. Então o contorno resultante desta etapa é $< \overline{\underline{\mathbf{0}}}\ \overline{\mathbf{4}}\ 3\ 4\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ ou $< \overline{\underline{\mathbf{0}}}\ 4\ 3\ \overline{\mathbf{4}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$, a depender da máxima sinalizada na etapa 6.

Etapa 8 Nesta etapa ocorre uma iteração com uma volta para a terceira etapa. Na figura 2.17 esta iteração está sinalizada com duas barras verticais. Dessa forma, os resultados das etapas seguem na segunda linha da figura.



(a) Melodia original (b) Melodia reduzida

Figura 2.18: Aplicação do algoritmo de Redução de Morris em melodia

Conforme mencionado, na terceira etapa o algoritmo verifica se no contorno há CP não sinalizados como máxima ou mínima. Esta iteração ocorre recursivamente até que todos os CP estejam sinalizados. Quando isto ocorre, segue-se para a etapa 9 e o valor da profundidade é dado por n.

No caso do contorno C ainda os CP 3 e 4 não foram sinalizados. Então segue-se para a quarta etapa, quando estes CP são eliminados, resultando no contorno < $\overline{\underline{0}}\ \overline{4}\ \overline{\underline{1}}$ >. Na quinta etapa o algoritmo incrementa o valor de n em 1. Então o novo valor de n é 2. Na sexta etapa o algoritmo sinaliza as máximas da lista de máximas definidas anteriormente resultando na mesma lista, [0, 4, 1], com todos os CP sinalizados. Na sétima etapa a lista de mínimas é a mesma definida anteriormente, [0, 1].

Finalmente, após a iteração da oitava etapa, de volta à terceira etapa, o algoritmo verifica que todos os CP estão sinalizados. Na etapa seguinte o algoritmo define o contorno < 0 4 1 > como redução do contorno C e 2 como valor de profundidade. O contorno resultante normalmente é apresentado após uma translação, portanto, < 0 2 1 >.

Por exemplo, a figura 2.18a contém uma melodia com alturas mapeadas pelo contorno C. O algoritmo de Morris eliminou as notas intermediárias Fá# e Mi e resultou na melodia da figura 2.18b. A Nota Fá# é uma bordadura inferior da nota Sol e a nota Mi é uma nota intermediária a Sol e Ré.

2.5.7 Refinamento de redução de contornos—Schultz

Original: *Contour reduction refinements* (Schultz 2009)

O objetivo do algoritmo de redução de Morris (seção 2.5.6) é reduzir qualquer contorno a uma das classes de contornos primos (seção 2.4.8). No entanto, o algoritmo de Morris não é capaz de reduzir contornos como A < 2 1 3 0 > a uma dessas classes. As etapas 1 e 2 do algoritmo sinalizam todos os CP e o algoritmo retorna como resultado o próprio contorno A, sem qualquer redução. O algoritmo de Schultz reduz este contorno ao contorno primo L < 0 2 1 >.

Dessa forma, o refinamento de redução de Schultz é preferível à redução de Morris por conter etapas que podem reduzir contornos que o algoritmo de Morris é incapaz de reduzir. Entretanto este algoritmo contém problemas de precisão, conforme podemos ver na seção 4.5.

A operação de Refinamento de Redução de Contornos tem como base o Algoritmo de Refinamento de Redução de Contornos de Schultz (algoritmo 2.2). Assim como o algoritmo de Morris (algoritmo 2.1), este algoritmo tem uma parte preliminar seguida de uma parte recorrente, com uma iteração de redução. Estes algoritmos diferem no número de etapas e no modo de sinalizar máximas e mínimas.

A figura 2.19 contém um diagrama de diferenças entre estes algoritmos. As etapas 8, 9, 11 e 12 do algoritmo de Schultz não ocorrem no algoritmo de Morris. As demais são idênticas ou têm alguma semelhança entre si.

Etapas 0 a 5 As etapas 0, 1 e 2 de ambos os algoritmos são idênticas. Os resultados destas etapas são duas listas, de máximas e de mínimas e a definição do valor de profundidade zero.

Em ambos os algoritmos a etapa 3 testa se todos os CP estão sinalizados como máxima ou mínima. Caso estejam sinalizados, o algoritmo de Schultz indica um salto para a etapa 6 e o algoritmo de Morris indica um salto para a etapa final 9. Caso contrário segue-se para a etapa 4.

As etapas 4 e 5 de ambos algoritmos são idênticas. Os algoritmos removem os CP não sinalizados e incrementam o valor da profundidade (n).

Etapa 6 Esta etapa tem duas partes em ambos os algoritmos. A primeira parte, de sinalização de máximas é idêntica em ambos. Eles diferem na segunda parte, de sinalização de máximas

Algorithm: Given a contour C and a variable N:.

Step 0: Set N to 0.

Step 1: Flag all maxima in C upwards; call the resulting set the max-list.

Step 2: Flag all minima in C downwards; call the resulting set the min-list.

Step 3: If all c-pitches are flagged, go to step 6.

Step 4: Delete all non-flagged c-pitches in C.

Step 5: N is incremented by 1 (i.e., N becomes $N + 1$).

Step 6: Flag all maxima in the max-list upward. For any string of equal and adjacent maxima in the max-list, flag all of them, unless: (1) one c-pitch in the string is the first or last c-pitch of C, then flag only it; or (2) both the first and last c-pitches of C are in the string, then flag (only) both the first and last c-pitches of C.

Step 7: Flag all minima in min-list downward. For any string of equal and adjacent minima in the min-list, flag all of them, unless: (1) one c-pitch in the string is the first or last c-pitch of C, then flag only it; or (2) both the first and last c-pitches of C are in the string, then flag (only) both the first and last c-pitches of C.

Step 8: For any string of equal and adjacent maxima in the max-list in which no minima intervene, remove the flag from all but (any) one c-pitch in the string.

Step 9: For any string of equal and adjacent minima in the min-list in which no maxima intervene, remove the flag from all but (any) one c-pitch in the string.

Step 10: If all c-pitches are flagged, and no more than one c-pitch repetition in the max-list and min-list (combined) exists, not including the first and last c-pitches of C, proceed directly to step 17.

Step 11: If more than one c-pitch repetition in the max-list and/or min-list (combined) exists, not including the first and last c-pitches of C, remove the flags on all repeated c-pitches except those closest to the first and last c- pitches of C.

Step 12: If both flagged c-pitches remaining from step 11 are members of the max-list, flag any one (and only one) former member of the min-list whose flag was removed in step 11; if both c-pitches are members of the min-list, flag any one (and only one) former member of the max-list whose flag was removed in step 11.

Step 13: Delete all non-flagged c-pitches in C.

Step 14: If $N \neq 0$, N is incremented by 1 (i.e., N becomes $N + 1$).

Step 15: If $N = 0$, N is incremented by 2 (i.e., N becomes $N + 2$).

Step 16: Go to step 6.

Step 17: End. N is the “depth” of the original contour C.

Algoritmo 2.2: Schultz Contour Reduction Algorithm Refinement

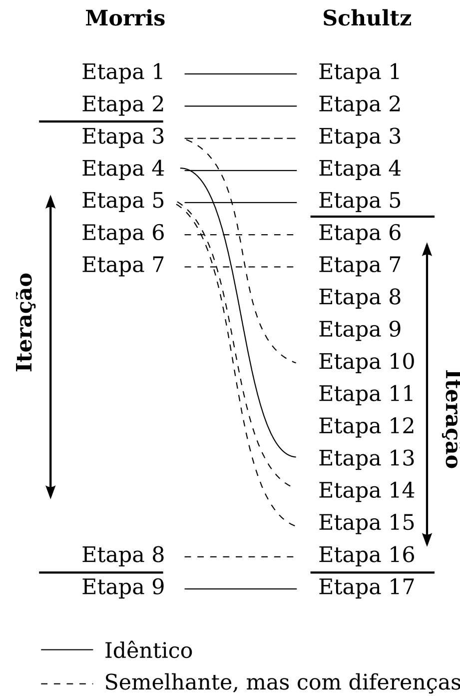


Figura 2.19: Comparação das etapas entre os algoritmos de redução de Morris e Schultz

nos casos em que a sequência de máximas adjacentes repetidas não têm a presença do primeiro e/ou último CP do contorno. Nesses casos, o algoritmo de Morris sinaliza apenas uma das máximas. O algoritmo de Schultz sinaliza todas as máximas.

Por exemplo, na sua primeira etapa, o algoritmo de Morris retorna a lista de máximas [0, 4, 4, 1] do contorno $C < 0\ 4\ 3\ 4\ 2\ 1 >$ (fig. 2.17). Na etapa 6 este mesmo algoritmo processa esta lista de máximas e sinaliza as máximas [0, 4, 1]. O refinamento de Schultz mantém a sinalização das mesmas máximas sinalizadas na etapa 1, [0, 4, 4, 1].

Etapa 7 Esta etapa é análoga à anterior, com sinalização de mínimas ao invés de máximas. O resultado da etapa 2 em ambos os algoritmos é a lista de mínimas < 0 3 1 >. Na etapa 7 ambos os algoritmos sinalizaram as mínimas < 0 1 >.

No algoritmo de Morris a etapa seguinte cria a iteração com a volta à etapa 3. No algoritmo de Schultz esta iteração só ocorre na etapa 16, no entanto com a volta à etapa 6, e não 3, como em Morris.

Etapas 8 e 9 Na etapa 8 o algoritmo usa como dados de entrada a lista de máximas e o contorno como um todo. O algoritmo verifica as sequências de máximas adjacentes repetidas considerando a lista de máximas e verifica a presença de mínimas entre máximas adjacentes repetidas usando o contorno como um todo. Por exemplo, o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ tem a lista de máximas [1, 2, 2, 1]. Nesta lista há uma sequência de duas máximas adjacentes repetidas, de valor 2. Estas máximas são adjacentes independente da ocorrência da mínima de valor 0 entre elas.

Nesta oitava etapa o algoritmo remove sinalizações de máximas em sequências de máximas adjacentes repetidas a não ser que haja mínimas entre tais máximas. Por exemplo, no mesmo contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ as máximas de valor 2 são adjacentes entre si, porém entre elas há a mínima de valor 0. Neste caso o algoritmo mantém a sinalização das máximas e retorna o próprio contorno original como resultado.

No contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ não há qualquer mínima mediando a sequência de máximas adjacentes repetidas de valor 2. Então o algoritmo mantém sinalização em apenas uma das máximas repetidas e elimina em todas as outras. Não há preferência por qual máxima deve ter a sinalização mantida. Dessa forma o algoritmo retorna como resultado o contorno, $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ 2\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$, $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ 2\ \overline{\mathbf{2}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$, ou $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ 2\ 2\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$, com dois dos CP de valor 2 sem sinalização.

Um único contorno pode ter máximas mediadas e não mediadas por mínimas. Por exemplo, no contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ não há mínimas mediando as máximas adjacentes de valor 2. Neste trecho o algoritmo remove a sinalização de uma das máximas. Por outro lado, a mínima de valor 0 media a repetição adjacente de máximas de valor 3. Neste segundo caso, o algoritmo mantém a sinalização das máximas. O resultado é desta etapa neste contorno é o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

A etapa 9 é análoga à etapa 8, com a remoção das sinalizações de mínimas em sequências de mínimas adjacentes repetidas quando não há uma máxima mediando tais mínimas.

Etapa 10 Esta etapa se assemelha à etapa 3 do algoritmo de Morris, pois há um salto para a etapa final se o contorno atender a duas condições: sinalização de todos os CP e ausência

de repetições combinadas de CP nas listas de máximas e mínimas com exceção do primeiro e último CP do contorno. O texto original desta etapa é ligeiramente diferente e implica em um mal entendimento do algoritmo (vide seção 4.5).

A repetição combinada ocorre quando as máximas adjacentes repetidas de mesmo valor são alternadas com mínimas adjacentes repetidas de mesmo valor. Por exemplo, o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{3}}} >$ tem uma repetição adjacente combinada entre listas de máximas e mínimas. A lista de máximas deste contorno é [1, 2, 2, 3] e a lista de mínimas, [1, 0, 0, 3]. A repetição de máximas de valor 2 é combinada à repetição de mínimas de valor 0, resultando nos CP $< \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}} >$.

Por exemplo, o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ tem listas de máximas e mínimas [1, 2, 2, 1] e [1, 0, 1], respectivamente. Todos os CP do contorno estão sinalizados e não há repetições combinadas. Neste caso o algoritmo segue para a etapa final.

O algoritmo segue para a etapa 11 em contornos como $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{3}}} >$, $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ 2\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{0}}} >$ e $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 1\ \overline{\underline{\mathbf{3}}} >$, pois eles falham em pelo menos uma das condições da etapa 10. O contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{3}}} >$ tem repetições combinadas embora tenha todos os CP sinalizados; no contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ 2\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{0}}} >$, o CP de valor 2 não tem sinalização; e finalmente, o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 1\ \overline{\underline{\mathbf{3}}} >$ tem repetições combinadas e o penúltimo CP, de valor 1, não sinalizado.

Etapa 11 Nesta etapa o algoritmo processa as repetições combinadas da etapa anterior. O algoritmo remove as sinalizações de todas as ocorrências de CP repetidos exceto os mais próximos do primeiro e último CP do contorno quando há ocorrência de repetição combinada de CP entre as listas de máximas e mínimas.

Por exemplo, as sinalizações das repetições combinadas do contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{3}}} >$ são eliminadas preservando as sinalizações dos CP mais próximos do primeiro e último CP do contorno. Dessa forma o algoritmo retorna o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ 0\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{3}}} >$ como resultado desta etapa.

Nesta etapa o algoritmo lida com contornos com múltiplas repetições adjacentes de padrões

(vide seção 2.4.2) como $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{1}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{1}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{1}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ eliminando as sinalizações de todas as ocorrências exceto as próximas ao início e final do contorno, resultando no contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$. Assim como a etapa 10, o texto original desta etapa também é ligeiramente diferente (vide seção 4.5).

Etapas 12 e 13 Na etapa 12 o algoritmo verifica se os CP sinalizados são apenas máximas ou apenas mínimas, com exceção do primeiro e último CP do contorno. Há três possibilidades:

1. Todos os CP são máximas. O algoritmo sinaliza uma das mínimas que tenha tido sua sinalização removida na etapa 11. Por exemplo, na etapa 11 o algoritmo removeria as sinalizações das repetições combinadas do contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$, resultando no contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ 0\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$. Descartando o primeiro e último CP do contorno, os dois CP sinalizados restantes são ambos máximas. Dessa forma, nesta etapa 12 o algoritmo reinsere uma das mínimas eliminadas na etapa 12, resultando no contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ ou $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ 0\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

2. Todos os CP são mínimas. O algoritmo tem resultado análogo ao item anterior, sinalizando uma das máximas que tenha tido sua sinalização removida na etapa 11.

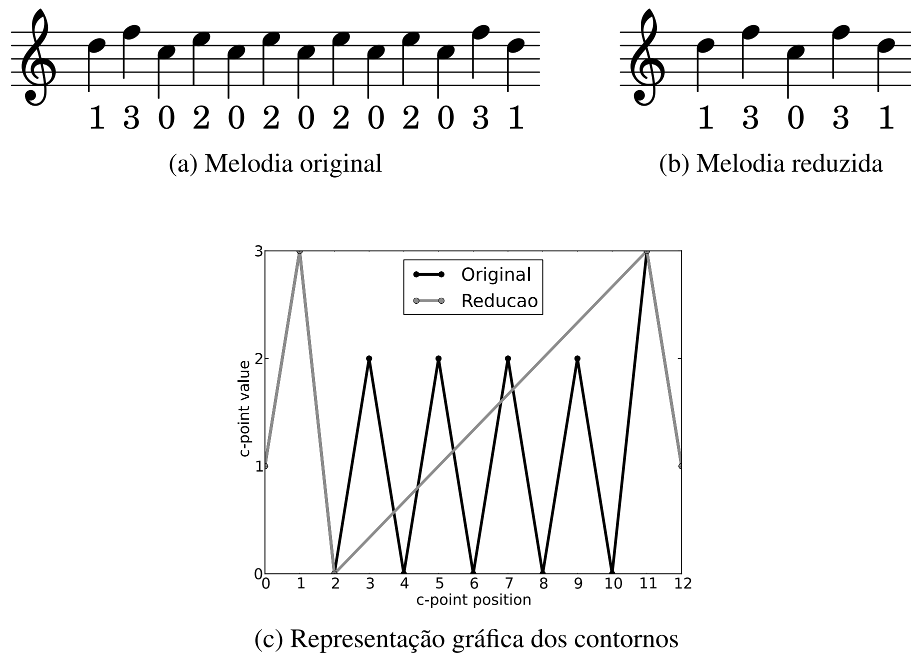
3. Os CP sinalizados são máximas e mínimas. O algoritmo não altera a sinalização dos CP.

Etapas 14 a 16 As etapas 14 e 15 são semelhantes à etapa 5, pois incrementam o valor da profundidade n. Na etapa 14 o algoritmo incrementa o valor de n em 1, caso n seja diferente de zero. Na etapa 15 o algoritmo incrementa o valor de n em 2, caso o valor de n seja zero.

A etapa 16 consiste na volta à etapa 6, fazendo a iteração do algoritmo, e a etapa 17 finaliza o algoritmo da mesma forma que a etapa 9 do algoritmo de Morris.

Para ilustrar o funcionamento integral do algoritmo, usaremos a melodia da figura 2.20a. O algoritmo reduz esta melodia original à melodia da figura 2.20b.

Dado o contorno $A < 1\ 3\ 0\ 2\ 0\ 2\ 0\ 2\ 0\ 2\ 0\ 3\ 1 >$,



(a) Melodia original

(b) Melodia reduzida

(c) Representação gráfica dos contornos

Figura 2.20: Aplicação do algoritmo de Refinamento de Redução de Schultz a melodia

1. Etapa 0. $n = 0$

2. Etapa 1, sinalização de máximas: $< \overline{\mathbf{1}}\ \overline{\mathbf{3}}\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ 0\ \underline{\overline{\mathbf{3}}}\ \overline{\mathbf{1}} >$.

3. Etapa 2, sinalização de mínimas: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

4. Etapa 3, condicional: todos sinalizados, ir para etapa 6.

5. Etapa 6, parte 1, sinalizar máximas da lista de máximas:

   $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

   Parte 2, a sequência de máximas adjacentes repetidas não envolve o primeiro nem último CP do contorno, portanto ambas são sinalizadas:

   $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

6. Etapa 7, parte 1, sinalizar mínimas da lista de mínimas:

   $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

   Parte 2, a repetição de mínimas não envolve o primeiro nem último CP. Todas as mínimas são sinalizadas:

$< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

7. Etapa 8, a sequência de máximas adjacentes repetidas contém uma mínima intermediando, portanto a sinalização é mantida:

   $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

8. Etapa 9, a sequência de mínimas adjacentes repetidas tem um trecho intermediado por máximas e dois outros trechos sem intermediação. Os trechos sem intermediação têm a sinalização removida:

   $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ 0\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

9. Etapa 10, existem CP não sinalizados e repetição combinada de máximas e mínimas: $\underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}$. Ir para etapa 11.

10. Etapa 11, remover a sinalização dos CP combinados mantendo os mais próximos ao início e final do contorno:

    $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ 0\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

11. Etapa 12, os CP sinalizados na etapa 11 pertencem à lista de máximas e de mínimas. Manter inalterado.

12. Etapa 13, Remover CP não sinalizados: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

13. Etapa 14, $n = 0$, permanece inalterado.

14. Etapa 15, $n = 0$, incrementar em 2. $n = 2$.

15. Etapa 16, voltar à etapa 6.

16. Etapa 6, parte 1, sinalizar máximas: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

    Parte 2, não há sequências de máximas adjacentes repetidas.

17. Etapa 7, parte 1, sinalizar mínimas: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

Parte 2, a repetição de mínimas não envolve o primeiro nem último CP. Todas as mínimas são sinalizadas: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

18. Etapa 8, não há sequências de máximas adjacentes repetidas.

19. Etapa 9, a sequência de mínimas adjacentes repetidas não tem intermediação de máximas. A sinalização de uma das mínimas repetidas é removida:

    $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

20. Etapa 10, existem CP não sinalizados. Ir para etapa 11.

21. Etapa 11, não há repetição combinada de máxima e mínima

22. Etapa 12, não há repetição combinada de máxima e mínima

23. Etapa 13, Remover CP não sinalizados: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

24. Etapa 14, $n = 2$, incrementar em 1. $n = 3$.

25. Etapa 15, $n = 3$, permanece inalterado.

26. Etapa 16, voltar à etapa 6.

27. Etapa 6, parte 1, sinalizar máximas: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

    Parte 2, a repetição de máximas não envolve o primeiro nem último CP. Todas as máximas são sinalizadas: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

28. Etapa 7, parte 1, sinalizar mínimas: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

    Parte 2, não há sequências de mínimas adjacentes repetidas.

29. Etapa 8, a sequência de máximas adjacentes repetidas contém uma mínima intermediando, portanto a sinalização é mantida: $< \underline{\overline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\overline{\mathbf{1}}} >$.

30. Etapa 9, não há sequências de mínimas adjacentes repetidas.

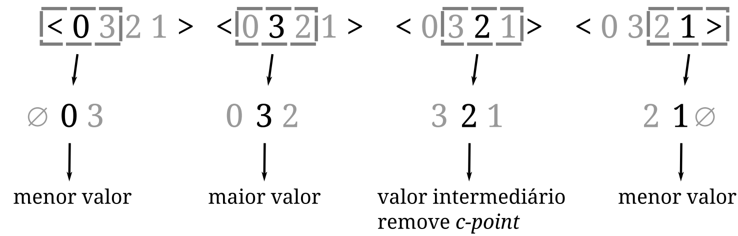


Figura 2.21: Redução de contorno com janela de tamanho 3

31. Etapa 10, todos os CP estão sinalizados e não há repetição combinada de máximas e mínimas. Ir para a etapa 17.

32. Etapa 17, fim. O contorno C tem profundidade n, 4 e é reduzido a < 1 2 0 2 1 >, já em forma normal.

2.5.8 Redução de janela de 3 elementos—Bor

Original: *Window-3* (Bor 2009)

Esta operação retorna o contorno em uma forma reduzida. Cada CP é comparado com seu vizinho anterior e posterior, como se uma janela[13] permitisse a visualização de apenas três CP. Por exemplo, os CP do contorno < 0 3 2 1 > são comparados com 4 janelas: < $\emptyset$ 0 3 >, < 0 3 2 >, < 3 2 1 >, e < 2 1 $\emptyset$ > (vide figura 2.21). O CP do meio é chamado de CP médio. As janelas são organizadas de forma que cada uma contenha um CP do contorno como médio. Por isso a primeira e última janelas contém CP nulos. O CP médio é suprimido se não for o valor máximo ou mínimo da janela (vide definição de máxima na seção 2.5.6).

O elemento $\emptyset$ não tem valor para comparação. A primeira janela deste contorno tem a mínima 0 e a máxima 3. O CP médio é a própria mínima e portanto é mantido no contorno. A segunda janela tem mínima 0 e máxima 3. O CP médio é mantido, pois é a própria máxima. A terceira janela tem mínima 1 e máxima 3. O CP médio, de valor 2, não é máxima nem mínima e portanto é suprimido do contorno. Finalmente, a quarta janela tem mínima 1 e máxima 2. O CP médio

[13] Algoritmos baseados em janelas também são usados em outros tipos de análise, como a análise de áudio com transformação de Fourier (Dodge e Jerse 1997, p. 249). A aplicação destes algoritmos é demonstrada em vários exemplos da literatura de música do século XX.

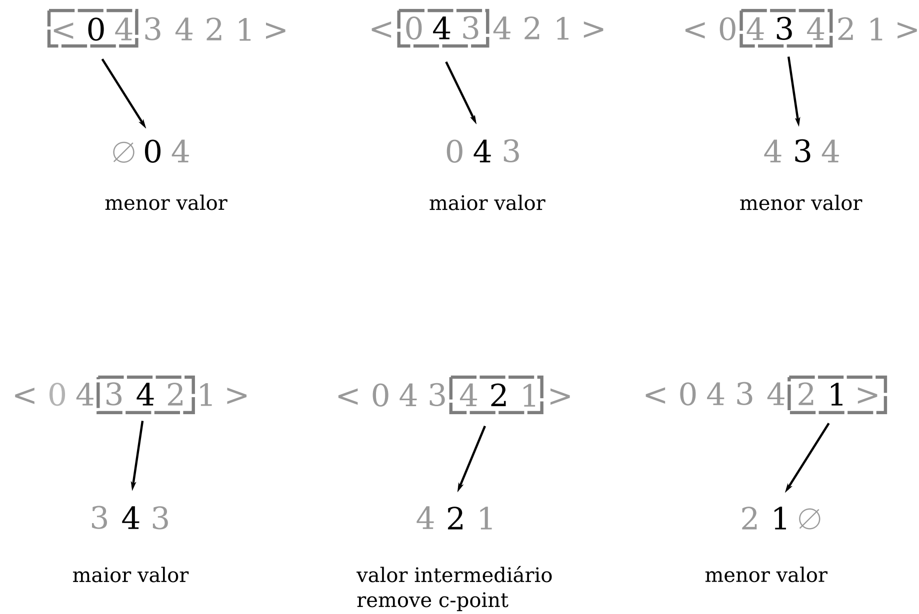


Figura 2.22: Redução do contorno < 0 4 3 4 2 1 > com janela de tamanho 3

é mantido pois é a mínima da janela. Esta operação reduz o contorno dado a < 0 3 1 >.

Caso haja repetição adjacente de CP de mesmo valor, se o valor do CP médio for igual ao do CP anterior, ele é removido, caso contrário é mantido. Por exemplo, o < 0 2 2 1 > tem uma repetição adjacente de CP de valor 2. Na janela terceira < 2 2 1 >, o CP médio é removido por ter o mesmo valor que seu vizinho anterior. Na segunda janela < 0 2 2 >, o CP médio é mantido, pois seu valor é diferente do seu anterior.

A supressão ocorre no segundo CP repetido porque uma mudança substancial em qualquer parâmetro musical é considerada auditivamente mais proeminente do que a conservação do parâmetro (Bor 2009, p. 81).

Esta operação elimina os CP “de passagem” entre os CP do contorno e lida com contornos de CP repetidos, adjacentes ou não.

A aplicação desta operação ao contorno C < 0 4 3 4 2 1 >, usado na seção 2.5.6, resulta no contorno < 0 4 3 4 1 >, como a primeira ocorrência da etapa 4 no algoritmo de Morris (figura 2.17). Neste caso o único CP que não é máxima ou mínima da sua janela de comparação é o CP de valor 2 (fig. 2.22).

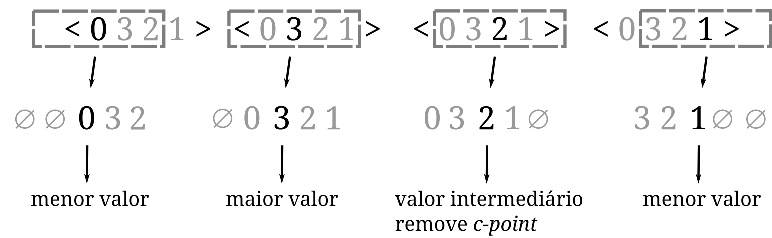


Figura 2.23: Redução de contorno com janela de tamanho 5

2.5.9 Redução de janela de 5 elementos—Bor

Original: *Window-5* (Bor 2009)

Esta operação difere da redução de janela de 3 elementos apenas pelo tamanho da janela. Os CP são comparados em janelas de 5 elementos.

O mesmo contorno < 0 3 2 1 > contém 4 janelas de cinco elementos: < ∅ ∅ 0 3 2 >, < ∅ 0 3 2 1 >, < 0 3 2 1 ∅ > e < 3 2 1 ∅ ∅ > (figura 2.23). Neste caso as janelas que contêm o primeiro e último CP contêm dois CP nulos cada uma. Neste contorno apenas o CP de valor 2 é removido, pois ele é o único valor intermediário do contorno.

A comparação é idêntica ao da janela de 3 elementos. O CP médio é mantido se for *maxima* ou *minima* da janela, ou se tiver valor diferente do anterior no caso de uma repetição. A principal característica desta operação é a eliminação dos movimentos de "zigzag" de um contorno.

Por exemplo, a figura 2.24a contém uma melodia com contorno < 0 2 1 4 3 5 >. O algoritmo de redução com janela 5 reduz este contorno a < 0 5 >, ou < 0 1 > em forma normal, conforme figuras 2.24c e 2.24b. O diagrama da figura 2.24d contém o processo de redução com a janela 5. Neste contorno todos os CP exceto o primeiro e último são eliminados. Esta operação elimina os "zigzag" intermediários do contorno.

2.5.10 Redução de contornos—Bor

Original: *Contour Reduction Function* (Bor 2009)

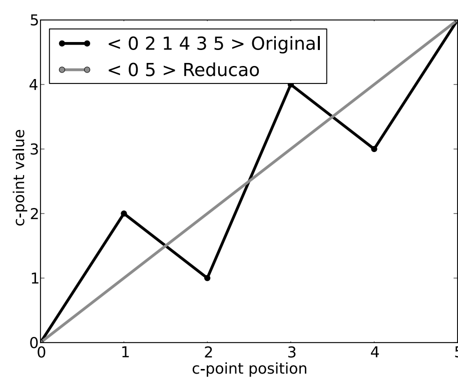
A operação de redução de contornos de Bor tem um objetivo diferente das reduções de Morris



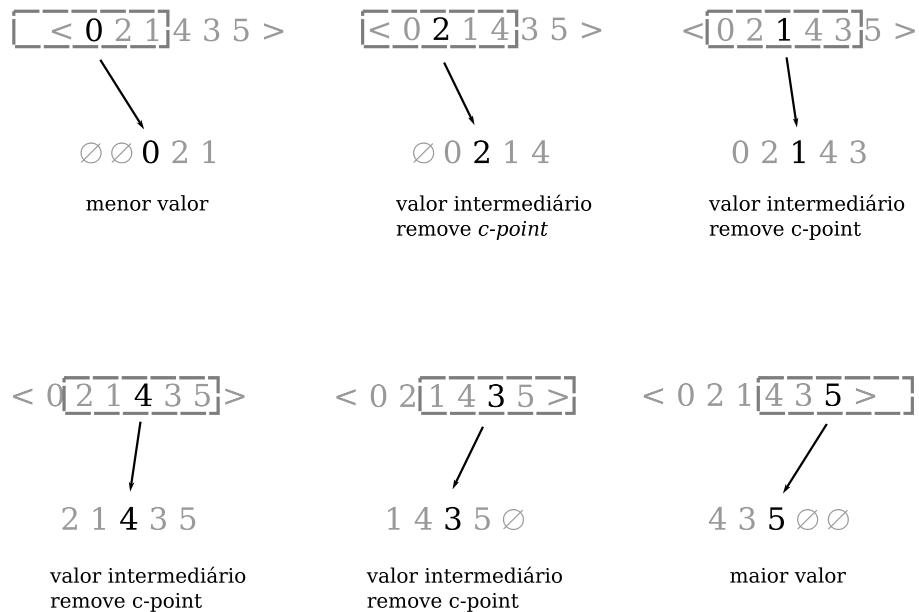
(a) Melodia original



(b) Melodia reduzida



(c) Representação gráfica



(d) Diagrama de redução

Figura 2.24: Redução do contorno < 0 2 1 4 3 5 > com janela de tamanho 5

Operação	Contorno	Profundidade
C	< 4 7 6 5 4 5 4 3 2 3 1 2 3 4 3 4 0 >	-
$R3(C)$	< 4 7 4 5 2 3 1 4 3 4 0 >	1
$R5(C)$	< 4 7 4 5 3 1 4 4 0 >	1
$R35(C)$	< 4 7 1 4 4 0 >	2
$R53(C)$	< 4 7 4 5 1 4 0 >	2
$R355(C)$	< 4 7 1 0 >	3
$R555(C)$	< 4 7 0 >	3

Tabela 2.5: Reduções do contorno do segmento do coral 370 de J.S. Bach

e Schultz. O objetivo de Bor é fornecer uma ferramenta que permita uma maior flexibilidade analítica e riqueza interpretativa (Bor 2009, p. 103). Ao invés de retornar um contorno primo, a redução de Bor pode retornar diferentes níveis de redução para um contorno.

A operação de redução de Bor consiste na combinação das operações de redução de janela 3 ou 5. Esta operação é representada pela letra R seguida da combinação de contornos na ordem utilizada (Bor 2009, p. 98). Por exemplo, a operação $R5(x)$ aplica o algoritmo de janela 5 a um contorno x, a operação $R53$ aplica o algoritmo de janela 5 e em seguida o de janela 3, a operação $R355$ aplica, o algoritmo de janela 3, em seguida o de janela 5, e finalmente mais uma vez o algoritmo de janela 5.

A profundidade da redução é igual ao número de operações de reduções utilizadas. Nos exemplos anteriores, $R5$ tem profundidade 1, $R53$, 2, e $R355$, profundidade 3.

Por exemplo, a figura 2.25a contém a linha do baixo da última frase do coral #370 de Johann Sebastian Bach (Riemenschneider 1941, p. 90). As reduções $R3(C)$, $R5(C)$, $R35(C)$, $R53(C)$, $R355(C)$ e $R555(C)$ têm resultados diferentes entre si, conforme tabela 2.5. Por exemplo, a redução $R5(C)$ elimina o ziguezague entre as posições 5 e 9 e a bordadura final, entre as posições 13 e 15. A redução $R3(C)$ mantém estes CP inalterados (fig. 2.25b). A redução $R35(C)$ tem como resultado um contorno menor do que $R53(C)$ (fig. 2.25c). Embora na redução de profundidade 2 tenha sido mais eficiente iniciar a redução com janela de 3 elementos, na redução de profundidade 3, a redução $R555(C)$ teve como resultado um contorno menor do que a redução $R355(C)$ (fig. 2.25d).

(a) Linha do baixo da última frase

(b) Reduções de profundidade 1

(c) Reduções de profundidade 2

(d) Reduções de profundidade 3

Figura 2.25: Aplicação da Redução de Bor em segmento do coral 370 de J.S. Bach

2.6 Operações descritivas

As operações descritivas fornecem vetores que descrevem características internas de um contorno, como a proporção entre movimentos ascendentes e descendentes, fornecida pelo vetor de série de contornos adjacentes (seção 2.6.3).

2.6.1 Série de contornos adjacentes

Original: *Contour Adjacency Series (CAS)* (Friedmann 1985)

Esta série é uma descrição de um contorno que leva em conta apenas o movimento ascendente e descendente entre os CP adjacentes do contorno. É similar à primeira diagonal interna da matriz de comparação, INT_1 (vide seções 2.6.2 e 2.7.3). Por exemplo, um dado contorno F < 0 3 1 2 > tem a série de contornos adjacentes < + - + >. O CP de valor 3 é maior que o anterior, de valor 0, então o primeiro sinal da série é $+$. O CP de valor 1 é menor que o anterior, de valor 3, logo o segundo sinal da série é $-$, e finalmente o CP de valor 2 é maior que seu anterior, de valor 1, originando o último valor da série, $+$.

2.6.2 Diagonais internas

Original: *Internal diagonals (INT$_n$)* (Morris 1987)

O entendimento das diagonais internas depende dos conceitos de comparação rígida e matriz de comparação (vide seções 2.7.1 e 2.7.3). As diagonais superiores paralelas à diagonal principal zero da matriz de comparação são chamadas de diagonais internas e são representadas por INT_n, onde n é o número da diagonal: 1 para a superior mais próxima da diagonal zero, 2 para a seguinte, 3 para a posterior e assim por diante (figura 2.26).

A diagonal INT_1 retorna comparações entre os valores dos elementos adjacentes do contorno. Por exemplo, em um contorno A < 0 3 1 2 >, o valor de INT_1 é < + - + >, ou seja, no caso de mapeamento de altura em função do tempo, o movimento melódico é ascendente entre 0 e 3,

	0	3	1	2
0	0	+	+	+
3	-	0	-	-
1	-	+	0	+
2	-	+	-	0

INT_3

INT_2

INT_1

Figura 2.26: Diagonais internas

(a) INT_1 < + + - + - + - + >

(b) INT_1 < - - + - + - + - >

Figura 2.27: Inversão de INT_1 no Op.23, Waltz, de Schoenberg

descendente entre 3 e 1, e ascendente entre 2 e 2 (figura 2.26). A operação de INT_2 retorna a comparação entre elementos alternados do contorno. Por exemplo, em A < 0 3 1 2 >, o valor de INT_2 é < + - >, ou seja, a diferença entre 0 e 1 é positiva, e entre 3 e 2 é negativa.

A diagonal interna INT_1 tem o mesmo significado que a série de contornos adjacentes (CAS, seção 2.6.1), operação definida por Friedmann (1985). A Teoria dos Contornos contém divergências de terminologia (vide outros problemas sobre terminologia na seção 4.3), dessa forma há conceitos e operações semelhantes com nomes diferentes (Friedmann 1987).

A diagonal interna é uma abstração menos precisa de contornos musicais, porém muito útil. Por exemplo, Friedmann (1985) analisou melodias de Arnold Schoenberg que têm relação de contornos pela diagonal interna, mas não pelos contornos enumerados. As duas melodias da figura 2.27 contêm as mesmas classes de altura (dó#, lá, si, etc.), mas têm contornos melódicos diferentes. Tais contornos estão relacionados por uma inversão de diagonal interna. Tal relação não é tão clara comparando os contornos de ambas as melodias: < 0 5 7 3 4 2 6 1 8> e < 7 6 2 5 0 4 1 8 3>.

2.6.3 Vetor de série de contornos adjacentes

Original: *Contour Adjacency Series Vector (CASV)* (Friedmann 1985)

O vetor de série de contornos adjacentes contém dois dígitos que representam o total de movimentos ascendentes e descendentes de um contorno. Por exemplo, o contorno F < 0 3 1 2 > tem [2, 1] como vetor, referentes a dois movimentos ascendentes e um descendente.

2.6.4 Intervalo de contorno

Original: *Contour interval (CI)* (Friedmann 1985)

É uma medida numérica entre os valores de CP. Por exemplo, dado o contorno F < 0 3 1 2 >, o intervalo de contorno entre F_1 (0) e F_2 (3) é 3, e entre F_2 (3) e F_3 (1) é -2.

2.6.5 Sucessão de intervalos de contorno

Original: *Contour Interval Succession (CIS)* (Friedmann 1985)

Esta sucessão é um conjunto ordenado com todos os intervalos de contornos de um contorno. Por exemplo, no contorno F < 0 3 1 2 >, o valor da sucessão de intervalos de contorno é [3, -2, 1].

2.6.6 Vetor de intervalo de contorno

Original: *Contour Interval Array (CIA)* (Friedmann 1985)

Este vetor descreve a multiplicidade de tipos de intervalos de contorno de um dado contorno. Este vetor contém dois conjuntos de valores, um para movimentos ascendentes e o outro para movimentos descendentes. Por exemplo, o contorno F < 0 3 1 2 > tem o vetor [[2, 1, 1], [1, 1, 0]]. Cada membro deste vetor contém o número de ocorrências de cada intervalo em ordem ascendente. Ou seja, o primeiro membro, [2, 1, 1], representa duas ocorrências do intervalo +1,

uma ocorrência dos intevalos +2 e +3. O segundo membro, [1, 1, 0], indica uma ocorrência dos intervalos -1 e -2, e nenhuma ocorrência do intervalo -3.

2.6.7 Vetores de classe de contorno

Original: *Contour Class Vector I and II (CCVI, CCVII)* (Friedmann 1985)

Os dois vetores de classe de contorno refletem o grau de movimentos ascendentes e descendentes de um contorno. Estes vetores são calculados a partir do vetor de intervalo de contorno. O primeiro vetor, CCVI reflete o valor dos intervalos, e o segundo vetor, CCVII, reflete apenas a direção dos movimentos.

O segundo vetor, CCVII, é calculado pela soma dos elementos dos membros do vetor de intervalo de contorno. Por exemplo, dado o contorno F < 0 3 1 2 >, de vetor de intervalo de contorno [[2, 1, 1], [1, 1, 0]], o vetor CCVII é $[[2 + 1 + 1], [1 + 1 + 0]]$, ou seja, [4, 2].

O primeiro vetor, CCVI é calculado pela soma dos membros do vetor de intervalo de contorno multiplicados pelo valor do intervalo. Por exemplo, o CCVI do contorno F < 0 3 1 2 >, de vetor de intervalo de contorno [[2, 1, 1], [1, 1, 0]] é dado por $[[(2 * 1) + (1 * 2) + (1 * 3)], [(1 * 1) + (1 * 2) + (0 * 3)]]$, ou seja, [7, 3].

2.7 Operações comparativas

As operações comparativas podem ser classificadas em três grupos, de acordo com a sua utilidade e o tipo de resultado que fornecem. O primeiro grupo, composto pelas comparações rígida e difusa, fornecem valores que representam relações entre CP. O segundo grupo, composto pelas matrizes, fornecem mapeamentos de relações internas entre os CP de contornos. Finalmente, o terceiro grupo, formado pelas similaridades rígidas, difusas e por contorno embutido, fornecem valores numéricos de 0 a 1 que representam a semelhança entre contornos.

2.7.1 Comparação rígida

Original: *Comparison (COM)* (Morris 1987)

A operação de comparação rígida[14] $COM(a,b)$ retorna a diferença entre os valores de dois CP a e b considerando se um CP tem valor maior, igual ou menor que o outro. O resultado da operação de comparação é o símbolo "$+$", se b é maior que a; "$-$" se b é menor que a; e "0" se b é igual a a (Morris 1987, p. 28). Esta operação é uma manipulação da função matemática de sinal e pode ser calculada com a equação (2.7). Uma função de sinal retorna -1, 0 e 1 para valores negativos, nulos ou positivos e é expressa como $sgn(x) = \frac{x}{|x|}$ (Weisstein 2012).

$$COM(a,b) = \frac{b-a}{|b-a|} \tag{2.7}$$

Por exemplo, em um contorno que mapeia a altura, esta operação determina se um CP é mais grave, mais agudo ou de mesma altura que outro. Em um contorno que mapeia a densidade, a operação determina se um CP é mais, menos ou igualmente denso que o outro.

Por exemplo, no contorno P < 5 9 6 8 >, o valor de $COM(P_0, P_1)$ é o sinal "$+$", o de $COM(P_1, P_2)$ é "$-$", e o valor de $COM(P_3, P_0)$ é "$-$". Esta medida de comparação pode ser invertida de modo que a comparação entre dois CP é igual ao inverso da comparação destes CP em ordem reversa. Esta ideia pode ser melhor entendida observando-se a equação (2.8).

$$COM(a,b) = -COM(b,a) \tag{2.8}$$

2.7.2 Comparação difusa

Original: *Fuzzy ascent comparison (COM_{C+})* (Quinn 1997)

Para simplificar o texto, neste trabalho chamo esta operação de Comparação difusa. Como não há outro tipo de comparação difusa na Teoria dos Contornos, esta simplificação não atrapa-

[14]Na Matemática, o termo *crisp*, ou rígido, é utilizado para diferenciar os conjuntos bivalentes ou rígidos dos conjuntos *fuzzy*, ou difusos. Morris não utiliza este termo. Ele define a operação simplesmente como comparação.

lha o seu entendimento. Ian Quinn não usa exatamente este termo e notação, mas este conceito está presente ao longo do seu texto.

A comparação difusa entre os CP é dada pela diferença entre o valor de pertencimento e o valor de não pertencimento ao conjunto de movimentos ascendentes C^+ (equação (2.9)). Quinn demonstrou como obter essa equação com uma analogia na teoria dos conjuntos e função ASIM, de Morris.

$$COM(p,q) = \mu_{C^+}(p,q) - \mu_{C^+}(q,p) \tag{2.9}$$

Por exemplo, dados dois CP p e q, e valores arbitrários de pertencimento ao conjunto de movimentos ascendentes $\mu_{C^+}(p,q) = 0.8$ e de não pertencimento $\mu_{C^+}(q,p) = 0.2$, o valor da comparação difusa será $COM(p,q) = 0.8 - 0.2 = 0.6$.

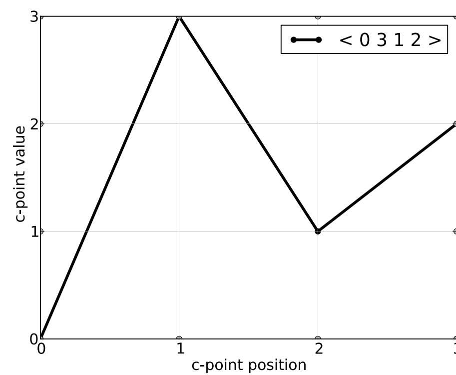
A funcionalidade da comparação difusa é melhor compreendida com o entendimento das operações de similaridade difusa de contornos (seção 2.7.10) e matriz média de pertencimento ascendente difuso (seção 2.7.5).

2.7.3 Matriz de comparação

Original: *Comparison matrix (COM-matrix)* (Morris 1987)

A matriz de comparação contém as comparações entre todos os CP de um dado contorno. Na primeira linha da matriz há a comparação individual do primeiro CP do contorno com todos os CP de tal contorno. Na segunda linha há a comparação do segundo CP do contorno com todos os CP e assim por diante. Por exemplo, a segunda linha da matriz da figura 2.28b contém a comparação do CP $C_1 = 0$ com todos os CP do contorno C < 0 3 1 2 >. A terceira linha contém a comparação do CP $C_2 = 3$ com os CP de C; a quarta linha, a comparação do CP $C_3 = 1$; e a última linha, a comparação do CP $C_4 = 2$.

Contornos com matrizes de contornos idênticas são considerados contornos equivalentes (Morris 1987, p. 28). Por exemplo, os contornos < 2 5 6 9 1 > e < 1 2 3 4 0 > são diferentes,



(a) Contorno < 0 3 1 2 >

	0	3	1	2
0	0	+	+	+
3	-	0	-	-
1	-	+	0	+
2	-	+	-	0

(b) Matriz do contorno < 0 3 1 2 >

Figura 2.28: Contorno e matriz de comparação

mas suas matrizes de comparação são iguais (vide tabela 2.4, p. 36).

Esta é uma matriz antissimétrica, ou seja, a sua versão transposta coincide com sua versão oposta de forma que seus elementos têm a relação $A_{ij} = -A_{ji}$. Em outras palavras, esta matriz contém uma diagonal principal nula e cada linha tem valores opostos às colunas. Por exemplo, na matriz da figura 2.28b, a primeira linha contém 0 + + +. A primeira coluna contém 0 - - -. A segunda linha contém - 0 - -, a segunda coluna contém + 0 + +, e assim por diante. Este dado é importante para o entendimento de similaridade de contornos (seção 2.7.7).

2.7.4 Matriz de pertencimento ascendente difuso

Original: *Fuzzy matrix (C^+ matrix)* (Quinn 1997)

A matriz de pertencimento ascendente difuso de um contorno C é uma matriz quadrada que mapeia os valores de pertencimento das relações entre CP de C ao conjunto de relações ascendentes C^+. Por exemplo, a tabela 2.6 contém a matriz de pertencimento ascendente difuso do contorno C < 0 3 1 2 >. Todos os elementos de valor 1 da matriz têm total pertencimento ao conjunto C^+. Os demais elementos não têm qualquer pertencimento a este conjunto, pois têm valor de pertencimento zero. O conjunto de relações de pertencimento ascendente deste

	$0_{(C_0)}$	$3_{(C_1)}$	$1_{(C_2)}$	$2_{(C_3)}$
$0_{(C_0)}$	0	1	1	1
$3_{(C_1)}$	0	0	0	0
$1_{(C_2)}$	0	1	0	1
$2_{(C_3)}$	0	1	0	0

Tabela 2.6: Matriz difusa ascendente do contorno < 0 3 1 2 >

contorno C é $C^+ = \{1\ (C_0, C_1)$,$1\ (C_0, C_2)$,$1\ (C_0, C_3)$,$1\ (C_2, C_1)$,$1\ (C_2, C_3)$,$1\ (C_3, C_1)\}$.

Esta matriz é necessária para o cálculo da similaridade difusa de contornos e para a matriz difusa média de contornos (seções 2.7.10 e 2.7.6).

2.7.5 Matriz média de pertencimento ascendente difuso

Original: *Average C^+ matrix* (Quinn 1997)

A matriz média de pertencimento ascendente difuso é uma média das matrizes de pertencimento ascendente difuso de dois ou mais contornos de mesma cardinalidade. Cada elemento da matriz média é a média ponderada dos elementos equivalentes das matrizes envolvidas.

Por exemplo a figura 2.29 contém as matrizes de pertencimento ascendente difuso dos contornos X < 0 3 1 2 >, Y < 1 0 3 2 > e Z < 0 1 2 3 >, e as matrizes médias de pertencimento ascendente e de comparação de pertencimento ascendente (vide informações sobre a matriz de comparação na seção 2.7.6). Por exemplo, o valor do elemento (M_1, M_0) da matriz M é a média ponderada dos elementos (X_1, X_0), (Y_1, Y_0) e (Z_1, Z_0), ou seja, $\frac{1 \times 0 + 1 \times 0 + 1 \times 1}{3}$. Parte dos valores de pertencimento ($\mu_{C^+}(p, q)$) desta matriz estão entre 0 e 1.

O valor 1 da posição (M_0, M_2) significa que esta relação tem um pertencimento muito maior ao conjunto de relações ascendentes do que a posição (M_0, M_1), que tem valor 2/3, por exemplo. A relação entre o primeiro e terceiro elementos é ascendente nos contornos X, Y e Z. Por isso o valor de (M_0, M_1) é 1. No entanto apenas nos contornos X e Y a relação dos primeiro e segundo elementos é ascendente. Por isso seu valor é 2/3.

O número de ocorrências de cada contorno na média constitui os pesos da média ponderada. Por exemplo, um contorno pode ser mais incidente que outro em um fragmento musical. O peso

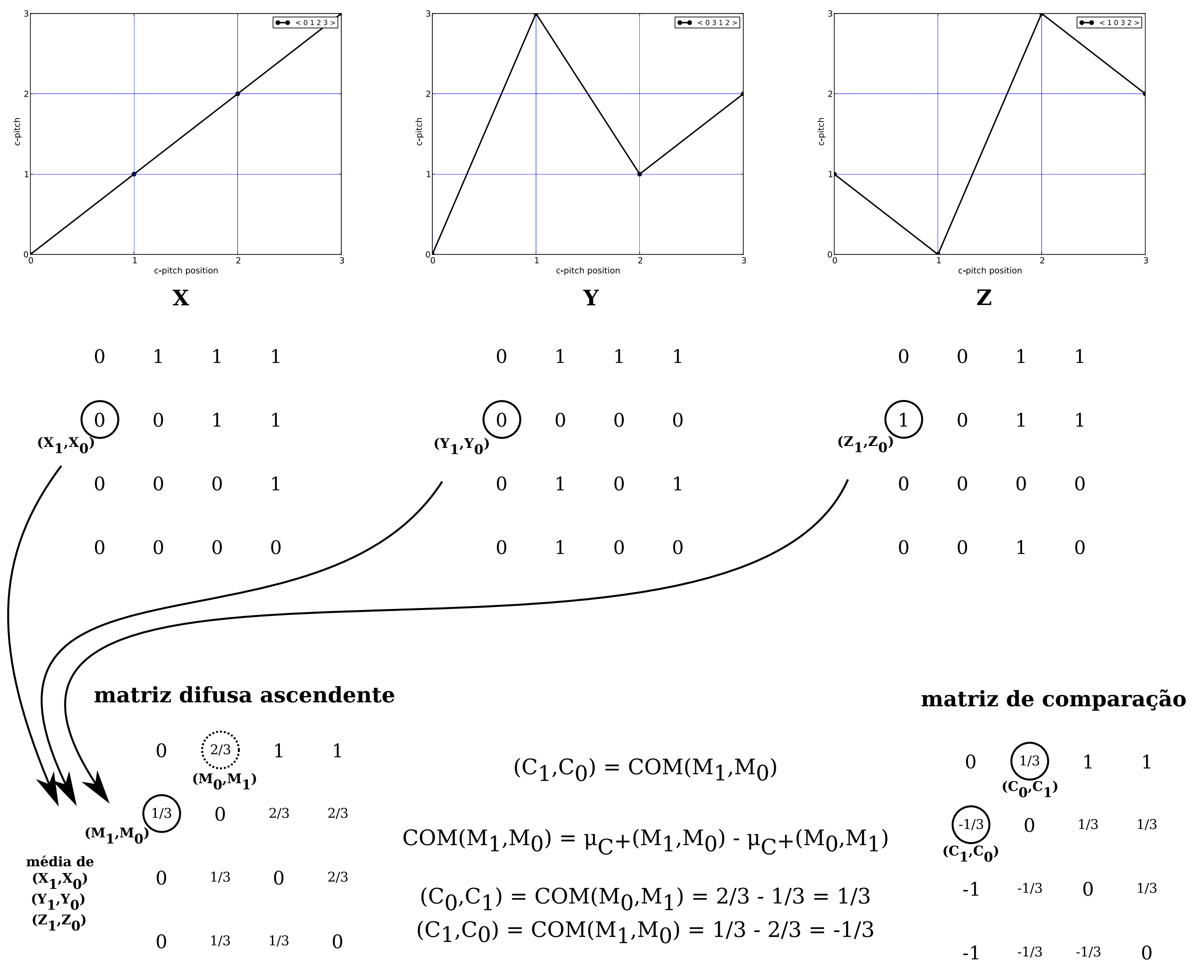


Figura 2.29: Cálculo de matrizes de médias de contornos

assegura a importância dos contornos mais incidentes na média.

Assim, o valor de cada elemento da matriz média de pertencimento ascendente difuso é calculado pela equação (2.10)[15], onde p e q são posições dos elementos da matriz, n é o número de matrizes, e k é a incidência de cada matriz.

$$(M_p, M_q) = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} k_i(C_{i_p}, C_{i_q})}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} k_i} \tag{2.10}$$

Esta matriz é útil para o cálculo da similaridade difusa de contornos (seção 2.7.10).

2.7.6 Matriz média de comparação de pertencimento ascendente difuso

Original: *Comparison* C^+ *matrix* (Quinn 1997)

A matriz média de comparação de pertencimento ascendente é calculada a partir da matriz média de pertencimento ascendente. O valor de cada elemento da matriz de comparação é calculado com a equação de comparação difusa (2.9). A figura 2.29 contém a matriz média de comparação de pertencimento ascendente oriunda da média entre os contornos X < 0 3 1 2 >, Y < 1 0 3 2 > e Z < 0 1 2 3 >.

Por exemplo, o cálculo do elemento (C_0, C_1) desta matriz é a comparação difusa entre os elementos (M_0, M_1) da matriz média. Então o valor de pertencimento é (M_0, M_1) e o valor de não pertencimento é (M_1, M_0). Então o valor de (C_0, C_1) é $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$, ou seja $\frac{1}{3}$. O valor de (C_1, C_0) é dado por $(M_1, M_0) - (M_0, M_1)$, ou seja, $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$, que resulta em $\frac{-1}{3}$.

Por exemplo, existem 36 classes de contornos de cardinalidade 5 sem repetição de elementos. A tabela 2.7a contém a matriz média de pertencimento ascendente difuso das formas primas destas classes e a tabela 2.7b, a matriz de comparação de tal matriz média.

O contorno médio imaginário resultante desta matriz média pode ser utilizado como característica do grupo de pertencimento de um grupo de melodias. (vide característica, grupo e

[15]Esta equação é uma proposta minha. Ela não foi definida por Quinn.

0.00	0.89	0.89	0.89	1.00
0.11	0.00	0.50	0.50	0.50
0.11	0.50	0.00	0.50	0.50
0.11	0.50	0.50	0.00	0.50
0.00	0.50	0.50	0.50	0.00

(a) Matriz média de pertencimento difuso ascendente

0.00	0.78	0.78	0.78	1.00
-0.78	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.78	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.78	0.00	0.00	0.00	0.00
-1.00	0.00	0.00	0.00	0.00

(b) Matriz de comparação

Tabela 2.7: Matrizes médias

pertencimento na seção 2.3.2). Por exemplo, o terceiro movimento da composição *Desert Music*, de Steve Reich contém dezesseis melodias de onze notas. Essas melodias são discretamente diferentes entre si, mas há um grau de semelhança (Quinn 1997). Um contorno médio imaginário pode ser a característica de pertencimento de todo este grupo de melodias.

2.7.7 Similaridade de contornos

Original: *Contour similarity (CSIM(A,B))* (Marvin e Laprade 1987)

É uma medida numérica para a similaridade entre dois contornos com a mesma cardinalidade. Esta medida varia entre 0 e 1 representando um contínuo entre ausência de similaridade e total similaridade. O valor desta medida é dado a partir das matrizes de comparação dos dois contornos dados. Cada posição do triângulo superior da matriz de comparação de um dos contornos é comparada com a mesma posição do outro contorno. O valor da operação é dado pela divisão entre a soma das posições com conteúdo semelhante e o total de posições. As comparações são limitadas ao triângulo superior porque a matriz de comparação é antissimétrica, então os valores do triângulo inferior retornam os mesmos resultados.

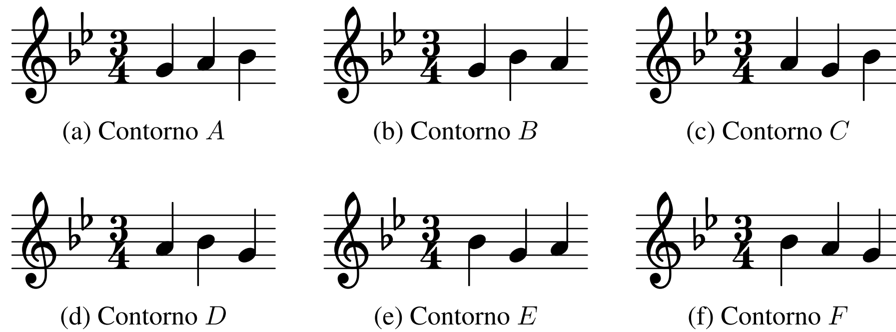
Por exemplo, as matrizes dos contornos F < 0 3 1 2 > e G < 0 2 1 3 > têm os mesmos valores para todas as posições do triângulo superior da matriz de comparação, exceto por uma posição (vide figura 2.30). São 5 posições idênticas de um total de 6 possíveis. Dessa forma, o valor de CSIM é 5/6, ou 0,83.

A figura 2.31 contém seis melodias com todas as possibilidades de contornos de cardinalidade 3 sem repetição de CP. A tabela 2.8 contém as relações de similaridade dadas pela opera-

	0	3	1	2
0	0	+	+	+
3	-	0	-	-
1	-	+	0	+
2	-	+	-	0

	0	2	1	3
0	0	+	+	+
2	-	0	-	+
1	-	+	0	+
3	-	-	-	0

Figura 2.30: Comparação de posições do triângulo superior da matriz de comparação



(a) Contorno A (b) Contorno B (c) Contorno C

(d) Contorno D (e) Contorno E (f) Contorno F

Figura 2.31: Melodias de cardinalidade 3

ção $CSIM$ entre todos os contornos destas seis melodias. Por exemplo, a maior similaridade ocorre na comparação de cada contorno com ele próprio. O menor valor de similaridade ocorre um contorno e a sua inversão (vide detalhes desta comparação na seção 2.7.8). As demais comparações entre estes contornos têm valores intermediários, como a comparação entre A < 0 1 2 > e B < 0 2 1 > (0.66), e A < 0 1 2 > e D < 1 2 0 >.

A partir desta definição, a similaridade entre um contorno e a sua inversão seria zero (vide tabela 2.9), o que contraria o conceito de contornos equivalentes. Por essa razão esta operação é realizada entre classes de contornos, ao invés de contornos (seção 2.7.8). Dessa forma, todos os membros de uma classe têm valor máximo de similaridade. Então, a comparação entre um contorno H < 0 1 2 > e I < 2 1 0 > é 1 (vide suas matrizes na tabela 2.9).

2.7.8 Similaridade de classes de contornos

Original: *Csegclass similarity (CSIM($\underline{A}$,$\underline{B}$))* (Marvin e Laprade 1987)

A similaridade de classes de contornos é uma extensão da similaridade de contornos (seção 2.7.7). O cálculo desta similaridade de classes entre dois contornos A e B envolve calcular

Contornos		$CSIM$
$A < 0\ 1\ 2 >$	$A < 0\ 1\ 2 >$	1.00
	$B < 0\ 2\ 1 >$	0.66
	$C < 1\ 0\ 2 >$	0.66
	$D < 1\ 2\ 0 >$	0.33
	$E < 2\ 0\ 1 >$	0.33
	$F < 2\ 1\ 0 >$	0.00
$B < 0\ 2\ 1 >$	$B < 0\ 2\ 1 >$	1.00
	$C < 1\ 0\ 2 >$	0.33
	$D < 1\ 2\ 0 >$	0.66
	$E < 2\ 0\ 1 >$	0.00
	$F < 2\ 1\ 0 >$	0.33
$C < 1\ 0\ 2 >$	$C < 1\ 0\ 2 >$	1.00
	$D < 1\ 2\ 0 >$	0.00
	$E < 2\ 0\ 1 >$	0.66
	$F < 2\ 1\ 0 >$	0.33
$D < 1\ 2\ 0 >$	$D < 1\ 2\ 0 >$	1.00
	$E < 2\ 0\ 1 >$	0.33
	$F < 2\ 1\ 0 >$	0.66
$E < 2\ 0\ 1 >$	$E < 2\ 0\ 1 >$	1.00
	$F < 2\ 1\ 0 >$	0.66
$F < 2\ 1\ 0 >$	$F < 2\ 1\ 0 >$	1.00

Tabela 2.8: Similaridades entre contornos de cardinalidade 3

	0	1	2
0	0	+	+
1	-	0	+
2	-	-	0

(a) $H < 0\ 1\ 2 >$

	2	1	0
2	0	-	-
1	+	0	-
0	+	+	0

(b) $I < 2\ 1\ 0 >$

Tabela 2.9: Matrizes de contornos relacionados por inversão

a similaridade entre o contorno A e todas as formas representativas da classe do contorno B—original, inversão, retrogressão e retrógrado da inversão—ou vice-versa. O valor da similaridade de classes é a similaridade de maior valor entre estas comparações.

Por exemplo, dados os contornos $A <0\ 1\ 2>$ e $F <2\ 1\ 0>$ das figuras 2.31a e 2.31f, o primeiro passo é calcular as formas representativas da classe de um dos contornos. O contorno A tem as formas $A <0\ 1\ 2>$, $R(A) <2\ 1\ 0>$, $I(A) <2\ 1\ 0>$ e $RI(A) <0\ 1\ 2>$. Os valores de $CSIM$ entre F e cada uma dessas formas é 0, 1, 1, e 0, respectivamente. Neste exemplo o maior valor de $CSIM$ é 1. Logo, o valor de $CSIM(\underline{A}, \underline{F})$ é 1. Na tabela 2.8 o valor de $CSIM$ entre A e F é zero, mostrando que não há qualquer semelhança entre estes contornos. No entanto, na comparação com a similaridade de classes, o valor é máximo, pois A e F pertencem à mesma classe e a comparação envolve contornos iguais.

2.7.9 Similaridade por contornos embutidos

Original: *All embed contour (ACMEMB)* (Marvin e Laprade 1987)

O entendimento desta operação depende dos conceitos de combinação e coeficiente binomial (seção 2.3.3).

A similaridade por contornos embutidos é uma medida numérica para a similaridade entre dois contornos de cardinalidades diferentes. O resultado desta operação é um valor entre 0 e 1 representando nenhuma ou total similaridade, como acontece com a operação ***CSIM***. Esta operação depende das sub-operações $CEMB(A, B)$[16] e $CMEMB_N(X, A, B)$[17]. Marvin e Laprade não classificam essas operações como sub-operações, no entanto acredito que elas não mereçam figurar no mesmo nível da operação principal $ACMEMB(A, B)$[18], pois sua única utilidade é fornecer os dados da operação principal. A seção 4.7 contém uma discussão a respeito desta operação.

A sub-operação $CEMB(A, B)$, de contorno embutido, consiste na divisão do número de

[16]Contour embedded.
[17]Contour mutually embedded.
[18]All contour mutually embedded.

vezes que a matriz de um contorno A está embutida na matriz de um contorno B pelo total de subcontornos de B com mesma cardinalidade de A, onde a cardinalidade de A é menor que a de B. Por exemplo, a matriz do contorno A < 0 2 1 > ocorre duas vezes no contorno B < 0 3 1 2 4 >, com os contornos equivalentes < 0 3 1 > e cseg< 0 3 2 > (fig. 2.32). O contorno B contém 10 combinações de cardinalidade 3, de acordo com o coeficiente binominal (equação (2.2), p.19). Dessa forma, o valor de $CEMB(A, B)$ é $\frac{2}{10}$, ou 0.2.

A sub-operação $CMEMB_N(X, A, B)$, de contorno mutualmente embutido, consiste na divisão do número de vezes que a matriz de cada contorno X de cardinalidade n está embutido mutualmente nos contornos A e B pelo número total de subcontornos possíveis em ambos os contornos A e B com a cardinalidade n.

Por exemplo, os contornos A < 0 3 1 2 > e B < 0 2 1 4 3 > têm seus subconjuntos indicados nas tabelas 2.10a e 2.10b, respectivamente. A aplicação da sub-operação de contorno mutualmente embutido aos subcontornos de cardinalidade 3 dá o resultado $CMEMB_3(X, A, B) = 0.78$. O número de contornos mutualmente embutidos com cardinalidade 3 é 11 (vide tabela 2.10). O número de subcontornos de cardinalidade 3 do contorno A é 4 ($\frac{4!}{3!(4-3)!}$), e do contorno B é 10 ($\frac{5!}{3!(5-3)!}$), resultando em um total de 14. Assim, o valor de $CMEMB_3(X, A, B)$ é $\frac{11}{14}$, ou 0.78.

A operação de similaridade de contornos embutidos ($ACMEMB(A, B)$) é o quociente da soma de todos os subcontornos de cardinalidade 2 a c mutualmente embutidos em ambos os contornos A e B pelo total de subcontornos possíveis de 2 a c em ambos os contornos A e B, onde c é a cardinalidade do maior contorno comparado.

Formalmente, o cálculo de $ACMEMB(A, B)$ é dado pela equação (2.11), onde c é a cardinalidade do maior contorno, $|A|$ é a cardinalidade de A e $|B|$ é a cardinalidade de B.

$$ACMEMB(A, B) = \frac{\sum_{n=2}^{c} CMEMB_n(X, A, B)}{2^{|A|} + 2^{|B|} - (|A| + |B| + 2)} \tag{2.11}$$

Por exemplo, os contornos já vistos A < 0 3 1 2 > e B < 0 2 1 4 3 >, cujos subconjuntos in-

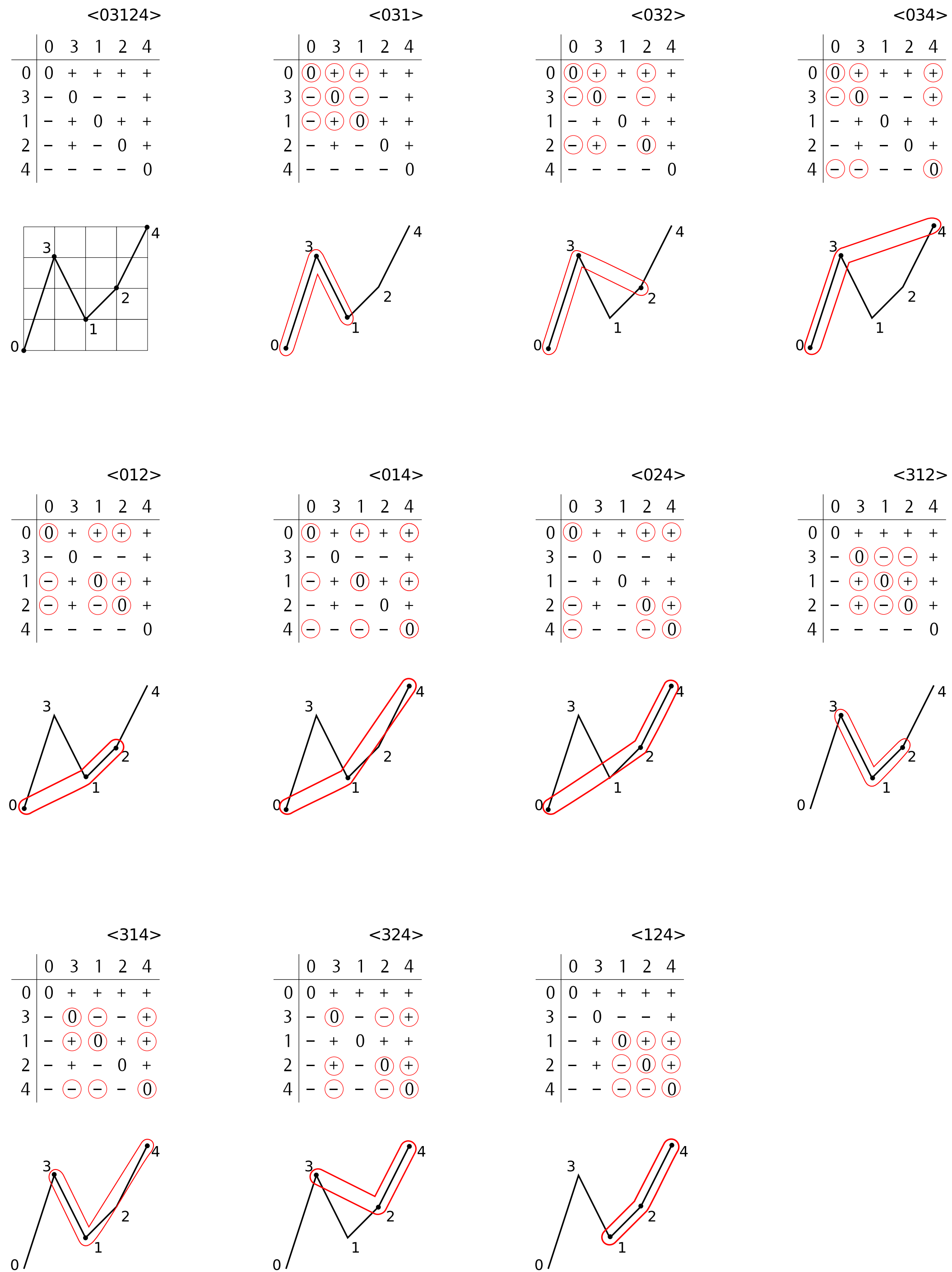


Figura 2.32: Contornos de cardinalidade 3 embutidos em < 0 3 1 2 4 >

Subcontorno	Forma normal	Mutualmente embutido
< 0 3 >	< 0 1 >	Sim
< 0 1 >	< 0 1 >	Sim
< 0 2 >	< 0 1 >	Sim
< 3 1 >	< 1 0 >	Sim
< 3 2 >	< 1 0 >	Sim
< 1 2 >	< 0 1 >	Sim
< 0 3 1 >	< 0 2 1 >	Sim
< 0 3 2 >	< 0 2 1 >	Sim
< 0 1 2 >	< 0 1 2 >	Sim
< 3 1 2 >	< 2 0 1 >	Não
< 0 3 1 2 >	< 0 3 1 2 >	Não

(a) Contorno < 0 3 1 2 >

Subcontorno	Forma normal	Mutualmente embutido
< 0 2 >	< 0 1 >	Sim
< 0 1 >	< 0 1 >	Sim
< 0 4 >	< 0 1 >	Sim
< 0 3 >	< 0 1 >	Sim
< 2 1 >	< 1 0 >	Sim
< 2 4 >	< 0 1 >	Sim
< 2 3 >	< 0 1 >	Sim
< 1 4 >	< 0 1 >	Sim
< 1 3 >	< 0 1 >	Sim
< 4 3 >	< 1 0 >	Sim
< 0 2 1 >	< 0 2 1 >	Sim
< 0 2 4 >	< 0 1 2 >	Sim
< 0 2 3 >	< 0 1 2 >	Sim
< 0 1 4 >	< 0 1 2 >	Sim
< 0 1 3 >	< 0 1 2 >	Sim
< 0 4 3 >	< 0 2 1 >	Sim
< 2 1 4 >	< 1 0 2 >	Não
< 2 1 3 >	< 1 0 2 >	Não
< 2 4 3 >	< 0 2 1 >	Sim
< 1 4 3 >	< 0 2 1 >	Sim
< 0 2 1 4 >	< 0 2 1 3 >	Não
< 0 2 1 3 >	< 0 2 1 3 >	Não
< 0 2 4 3 >	< 0 1 3 2 >	Não
< 0 1 4 3 >	< 0 1 3 2 >	Não
< 2 1 4 3 >	< 1 0 3 2 >	Não
< 0 2 1 4 3 >	< 0 2 1 4 3 >	Não

(b) Contorno < 0 2 1 4 3 >

Tabela 2.10: Subconjuntos de contornos

dicados nas tabelas 2.10a e 2.10b, têm todos os subcontornos de cardinalidade 2 mutualmente embutidos em A e B, totalizando 16; 11 subcontornos de cardinalidade 3 entre os 14 possíveis; nenhum subcontorno de cardinalidade 4, entre os 6 possíveis; e nenhum subcontorno de cardinalidade 5, entre um possível. Dessa forma, o valor de $ACMEMB(A, B)$ é $\frac{16+11+0+0}{16+14+5+1}$, ou seja 0.75.

2.7.10 Similaridade difusa—Quinn

Original: *Fuzzy similarity* (Quinn 1997)

Esta operação fornece uma medida de similaridade entre contornos de mesma cardinalidade baseada na incerteza proporcionada pelos conjuntos difusos (seção 2.3.2). Dessa forma, o conceito de graus contínuos de pertencimento é aproveitado no conceito de similaridade difusa de contornos. A operação de similaridade difusa fornece um valor numérico entre 0 e 1, onde o maior valor indica a maior similaridade.

O cálculo desta similaridade é feito com as matrizes de pertencimento ascendente difuso dos contornos comparados. A similaridade é medida individualmente entre os elementos equivalentes das matrizes de ambos os contornos comparados. Por exemplo, dados os contornos A e B, essa medida individual envolverá as relações entre os pares de CP (A_0, A_1) e (B_0, B_1), (A_0, A_2) e (B_0, B_2), (A_1, A_0) e (B_1, B_0), e assim por diante.

O valor desta similaridade individual é dado pelo complemento da diferença entre os valores dos elementos da matriz, ou seja, entre os valores de pertencimento ascendente difuso. Por exemplo, na posição (X_0, X_1), a diferença é representada por $|\mu_{C^+}(A_0, A_1) - \mu_{C^+}(B_0, B_1)|$. Quanto mais próximos os valores de (A_0, A_1) e (B_0, B_1), maior a similaridade daquela relação. No entanto, esta diferença entre estes valores resulta exatamente no inverso. Por exemplo, se o valor de (A_0, A_1) for 0.9 e o de (B_0, B_1) for 0.8, a diferença será 0.1.

Portanto é necessário corrigir este valor para que a menor diferença seja 0 e a maior diferença seja 1. Assim, o cálculo da similaridade individual dos elementos correspondentes das matrizes

	X_0	X_1
X_0	0	0.9
X_1	0	0

(a) Contorno X

	Y_0	Y_1
Y_0	0	0.8
Y_1	0	0

(b) Contorno Y

Tabela 2.11: Matrizes difusas ascendentes

é dado pela expressão (2.12), onde X e Y são os contornos comparados, e m e n são as posições dos CP comparados.

$$1 - |\mu_{C^+}(X_m, X_n) - \mu_{C^+}(Y_m, Y_n)| \tag{2.12}$$

Por exemplo, nos contornos X < p q > e Y < p' q' > (tabelas 2.11a e 2.11b), a similaridade entre os valores (X_0, Y_1) e (Y_0, Y_1) é $1 - |0.9 - 0.8|$, que resulta em 0.9, representando uma alta similaridade entre estas relações de pertencimento.

A similaridade difusa é a média aritmética das similaridades entre os elementos correspondentes das matrizes ignorando-se a diagonal principal zero. O número total de elementos da matriz é calculado pela equação (2.13), onde k é a cardinalidade dos contornos comparados.

$$j = k^2 - k \tag{2.13}$$

Dessa forma, o valor da similaridade dos elementos correspondentes pode ser calculado pela expressão (2.14).

$$\frac{1 - |\mu_{C^+}(X_m, X_n) - \mu_{C^+}(Y_m, Y_n)|}{k^2 - k} \tag{2.14}$$

A similaridade difusa entre dois contornos rígidos tem o mesmo resultado da similaridade rígida. No entanto, a similaridade entre um contorno e a matriz média de pertencimento ascendente difuso só é possível com a similaridade difusa.

Por exemplo, as tabelas 2.12a e 2.7a (p. 68) contêm as matrizes de pertencimento ascendente do contorno Z < 1 0 2 4 3 > e da média das 36 classes de contornos de cardinalidade 5

	1	0	2	4	3
1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1
2	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0

(a) Matriz de pertencimento ascendente difuso do contorno Z < 1 0 2 4 3 >

0.00	0.11	0.89	0.89	1.00
0.11	0.00	0.50	0.50	0.50
0.89	0.50	0.00	0.50	0.50
0.89	0.50	0.50	0.00	0.50
1.00	0.50	0.50	0.50	0.00

(b) Resultado de comparações individuais entre Z e média

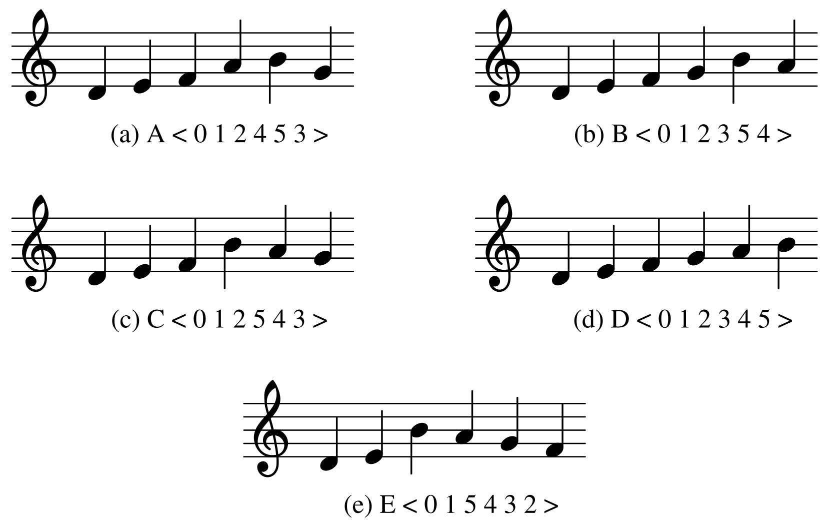
Tabela 2.12: Similaridade entre contorno e média de contornos

sem repetição de elementos. A tabela 2.12b contém todos os resultados de comparação entre elementos equivalentes da matriz do contorno Z com a referida matriz média. O resultado da similaridade desta comparação é o quociente entre a soma dos valores da tabela 2.12b e o valor da equação (2.13), onde a cardinalidade k é 5. Então o resultado é $\frac{9.78}{5^2-5}$, ou seja 0.489. Este valor indica o grau de pertencimento de Z ao grupo de contornos de cardinalidade 5.

A principal diferença entre a similaridade rígida e difusa é a possibilidade de considerar valores intermediários a 0 e 1. Na similaridade rígida, duas matrizes de comparação têm elementos equivalentes de valor igual ou diferente. A matriz difusa pode dar um contínuo mais suave por considerar elementos de pertencimento ascendentes intermediários a 0 e 1.

A operação de similaridade difusa pode ser usada para estabelecer graus de semelhança entre os contornos de um grupo e um contorno médio imaginário deste mesmo grupo. Por exemplo, a figura 2.33 contêm melodias de cardinalidade 6 com os contornos de altura A < 0 1 2 4 5 3 >, B < 0 1 2 3 5 4 >, C < 0 1 2 5 4 3 >, D < 0 1 2 3 4 5 >, e E < 0 1 5 4 3 2 >, representados graficamente na figura 2.34. Estes contornos geram um contorno médio imaginário expresso pela matriz média de comparação de pertencimento difuso contida na tabela 2.13a (vide seção 2.7.6). Cada um destes contornos pode ser comparado com essa matriz por meio da operação de similaridade difusa. A tabela 2.13b contém os valores de similaridade difusa entre estes contornos e a sua matriz média.

De acordo com os valores de similaridade difusa da tabela 2.13b, o contorno A < 0 1 2 4 5 3 > tem a maior semelhança com a média deste grupo, com valor 0.79, e o contorno E < 0 1 5 4 3 2 >



(a) A < 0 1 2 4 5 3 >

(b) B < 0 1 2 3 5 4 >

(c) C < 0 1 2 5 4 3 >

(d) D < 0 1 2 3 4 5 >

(e) E < 0 1 5 4 3 2 >

Figura 2.33: Melodias com cardinalidade 6

0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	0.00	0.60	0.60	0.60
-1.00	-1.00	-0.60	0.00	0.19	-0.19
-1.00	-1.00	-0.60	-0.19	0.00	-0.60
-1.00	-1.00	-0.60	0.19	0.60	0.00

(a) Matriz média

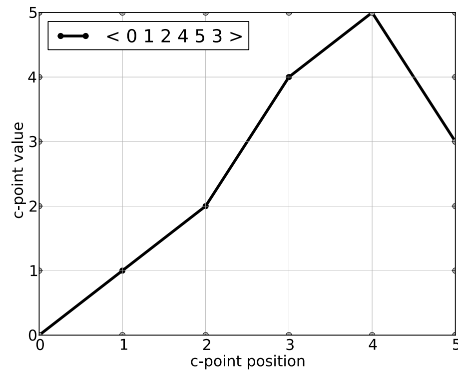
Contorno	Similaridade
A < 0 1 2 4 5 3 >	0.79
B < 0 1 2 3 5 4 >	0.76
C < 0 1 2 5 4 3 >	0.76
D < 0 1 2 3 4 5 >	0.68
E < 0 1 5 4 3 2 >	0.52

(b) Similaridade difusa com a média de contornos

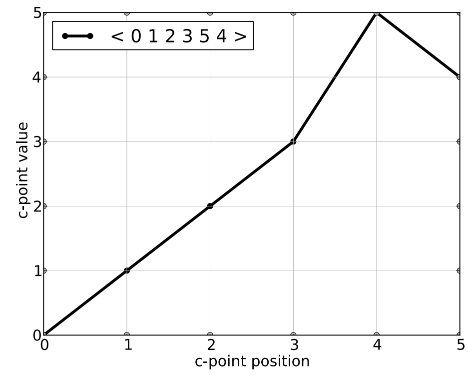
	A < 0 1 2 4 5 3>	E< 0 1 5 4 3 2 >
A < 0 1 2 4 5 3 >	1.00	0.73
B < 0 1 2 3 5 4 >	0.93	0.66
C < 0 1 2 5 4 3 >	0.93	0.80
D < 0 1 2 3 4 5 >	0.86	0.60
E < 0 1 5 4 3 2 >	0.73	1.00

(c) Similaridade rígida CSIM com contornos A e E

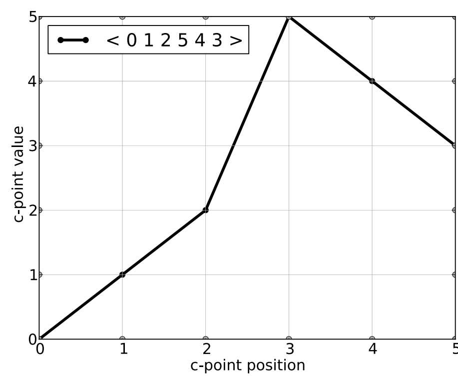
Tabela 2.13: Similaridade difusa de contornos de cardinalidade 6



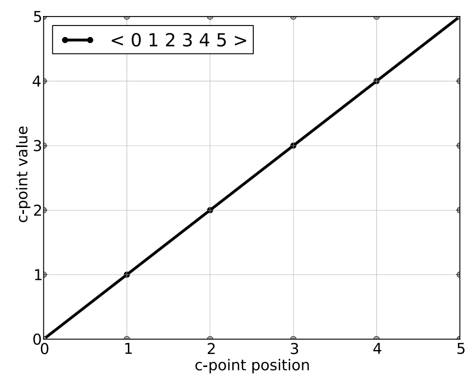
(a) A < 0 1 2 4 5 3 >



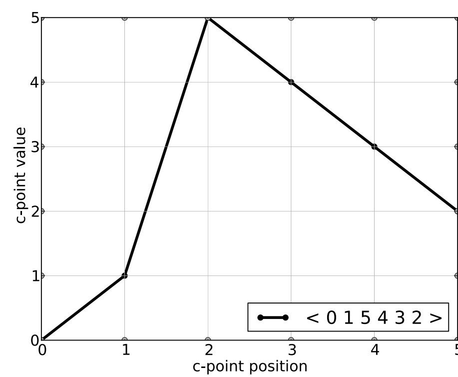
(b) B < 0 1 2 3 5 4 >



(c) C < 0 1 2 5 4 3 >



(d) D < 0 1 2 3 4 5 >



(e) E < 0 1 5 4 3 2 >

Figura 2.34: Representação de contornos de cardinalidade 6

tem a menor semelhança, com valor 0.52. Os contornos A a D têm valores de similaridade difusa mais próximos entre si, e o contorno E tem valor mais afastado dos demais. Esta diferença de valores demonstra o quanto o contorno E é diferente do grupo. Esta diferença é percebida graficamente por meio da figura 2.34. A segunda metade do contorno E tem uma tendência mais descendente do que os demais contornos. A maior semelhança do contorno A e menor do contorno E com a média dos demais contornos pode ser observada por meio do valor da similaridade (CSIM) desses dois contornos com os demais (tabela 2.13c). Os valores de CSIM entre o grupo de contornos e o contorno A são maiores do que com o E.

2.8 Sumário da Teoria dos Contornos

A Teoria dos Contornos fornece conceitos e operações que ajudam no estudo de contornos musicais estabelecendo identidade e medidas de comparação entre contornos. Tais conceitos e operações possuem uma rede intrincada de relações de dependências internas (fig. 2.1, p. 15). A complexidade dessas relações torna a organização do texto sobre a teoria difícil. Por isso defini as categorias de conceitos e operações generativas, descritivas e comparativas. Esta categorização pode ajudar no entendimento da teoria em um nível mais alto.

A Teoria dos Contornos está fundamentada na Teoria de Conjuntos. O seu entendimento completo depende de conhecimentos básicos sobre esta teoria matemática. Esta dependência não é um problema para músicos, pois os conceitos básicos da Teoria de Conjuntos são abordados no Ensino Fundamental. A Teoria dos Contornos fornece conceitos e operações de diferentes níveis de complexidade. Há operações muito simples como retrogradação e inversão, e operações bem complexas como redução de contornos e similaridade difusa.

Finalmente, o meu entendimento de alguns conceitos e operações difere levemente da literatura de contornos, como ocorre com as sub-operações de contornos embutidos (seção 2.7.9). Toda a discussão sobre essas divergências estão no capítulo 4.

Capítulo 3

Implementação do *MusiContour*

A minha primeira hipótese nesta pesquisa é que a Teoria dos Contornos contém inconsistências (vide capítulo. 1). Esta hipótese demandou a realização de testes com as operações da teoria. Desenvolvi o programa *MusiContour* para processar contornos e realizar tais testes. Estes testes consistiram na comparação dos resultados obtidos pelo programa com os resultados esperados.

Eu levantei esta hipótese durante os testes com o algoritmo de forma prima de classes de contornos equivalentes de Marvin e Laprade , quando observei que o programa retornava erros a partir de alguns contornos (vide seções 2.4.6 e 4.6). Então realizei mais testes e concluí que o algoritmo de Marvin e Laprade era inconsistente. Marvin confirmou a existência do problema, conforme emails no apêndice C. A seção 3.3 contém mais informações sobre estes testes.

As descrições da Teoria dos Contornos nem sempre são feitas pelos seus autores de uma forma totalmente clara. O algoritmo de forma prima de Marvin e Laprade (1987) é definido formalmente e ilustrado com exemplos musicais, porém não há informações que esclareçam o porquê dos passos do algoritmo (vide seção 4.1). A inconsistência mencionada na página 3 ocorre no segundo passo do algoritmo (3.1) e não há uma explicação musical do que este passo significa.

$$If\ (n-1) - cp(n) < cp(1),\ then\ invert\ the\ cseg \tag{3.1}$$

A implementação de uma teoria em um programa de computador é um exercício poderoso no processo de aprendizagem, pois o programador é obrigado a expressar de forma precisa a compreensão que tem de uma teoria. Dessa forma, a implementação das operações de contorno em um programa de computador ajuda na compreensão da teoria, uma vez que é preciso entender o mecanismo e a funcionalidade de cada operação para que se possa implementá-las. Por exemplo, a programação em computador já foi usada para ensinar música (Kroger 2012) e engenharia elétrica (Sussman 2010).

Programas de computador também podem ajudar a encontrar erros de difícil percepção manual. Um exemplo prático desta aplicação na área de Música é a verificação de erros de enarmonia na conversão de arquivos em formato MIDI para o formato Lilypond[1], durante o desenvolvimento do programa Rameau[2] (Kroger et al. 2008a; Passos et al. 2009). Na implementação deste programa, os 371 corais de J.S. Bach foram convertidos do formato MIDI para o formato Lilypond. Como o formato MIDI não guarda informações de enarmonia (Selfridge-Field 1997, p. 52), foi necessário revisar todas as notas de todos os corais. Durante o desenvolvimento de aplicações de Musicologia Computacional para os corais de Bach (Kroger et al. 2008b), os desenvolvedores do Rameau programaram ferramentas para detectar automaticamente estes erros de enarmonia.

Portanto desenvolvi o *MusiContour*[3] para ajudar na tarefa de verificar inconsistências na Teoria dos Contornos e para calcular e plotar contornos. O *MusiContour* é um software livre e multiplataforma desenvolvido para plotar contornos, calcular suas operações e verificar a consistência das declarações da Teoria dos Contornos. O *MusiContour* pode ser usado a partir de uma interface web[4] (fig. 3.1) ou rodado em um interpretador Python[5]. A interface web contém operações preestabelecidas e permite que o programa seja acionado de qualquer computador, inclusive celulares e *tablet*. O interpretador dá ao usuário um leque maior de possibilidades

[1]Disponível em `http://lilypond.org`

[2]Disponível em `http://github.com/kroger/rameau`.

[3]Disponível em `http://genosmus.com/MusiContour/`.

[4]Disponível em `http://visimus.com/contour`, a página das ferramentas de visualização musical desenvolvidas pelo grupo de pesquisa Genos.

[5]Utilizei o interpretador Ipython, disponível em `http://ipython.scipy.org/moin/`.

no uso do programa. Por exemplo, é possível guardar informações em variáveis e reutilizá-las, usar a saída de uma operação como entrada para outra, e fazer iterações com informações (vide seção 3.2).

Os códigos-fonte do *MusiContour*[6] e da interação com o Visimus[7] estão disponíveis em seus respectivos repositórios no GitHub. O código e as operações do programa estão documentados na página web do programa[8]. As seções 3.1 e 3.2 contêm uma breve descrição da organização interna do programa e um breve tutorial de sua utilização, respectivamente.

3.1 Estrutura do programa

O *MusiContour* está estruturado em pacotes e módulos. Há os pacotes `contour`, e `test`. O pacote `contour` contém os módulos:

- `contour`: classes e funções que processam contornos. O módulo inclui funções para gerar classes de contornos, testar algoritmos de forma prima e a classe `Contour`. Esta classe é utilizada para gerar um objeto contorno e contém métodos para as operações generativas e descritivas.
- `matrix`: classe que processa matrizes rígidas e difusas, e diagonais internas.
- `comparison`: funções de comparação rígida como CSIM e ACMEMB, e comparação difusa.
- `composition`: funções que geram objetos musicXML a partir de contornos e conjuntos de alturas. Este módulo usa as bibliotecas do *Music21*[9] para gerar objetos musicais manipuláveis em editores de partitura como *Lilypond*, *MuseScore*[10] ou mesmo o software proprietário *Finale*[11]

[6]Disponível em `https://github.com/msampaio/MusiContour`.
[7]Disponível em `https://github.com/msampaio/visimus/tree/master/contourweb`.
[8]Vide nota no início do capítulo.
[9]Disponível em `http://mit.edu/music21/`.
[10]Disponível em `http://musescore.org/`.
[11]Disponível mediante pagamento de licença em `http://finalemusic.com/`.

visimus.com/contour/

Settings Configuration Login

VisiMus

Genos Research Settings About

Home
Matrix
Contour
Harmony

MusiContour

This app calculates and plot musical contour operations. See the documentation to learn more about musical contour operations.

Contour 1:

0 2 1 3 4 5

Input contour segments points.

Contour 2:

8 3 4 6 7 2

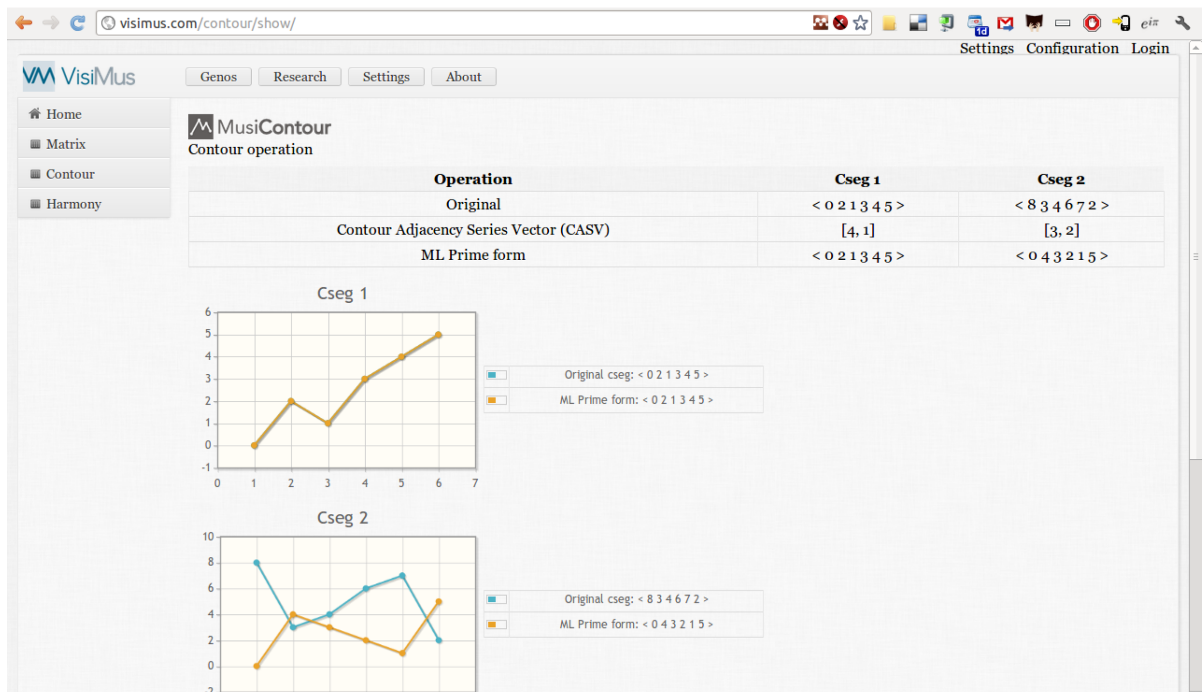
Input contour segments points.

- This field is required.

Operation:

- ☑ Contour Adjacency Series Vector (CASV)
- ☐ Contour Class Vector I (CCVI)
- ☐ Contour Class Vector II (CCVII)
- ☐ Contour Interval Array (CIA)
- ☐ Contour Interval Succession (CIS)
- ☐ Internal diagonal (1)
- ☐ Inversion

(a) Entrada de dados



(b) Resultado

Figura 3.1: Telas do MusiContour na página `visimus.com`

- `utils`: funções gerais e auxiliares necessárias ao programa.

O pacote `test` contém testes funcionais automáticos úteis para o desenvolvimento do programa. Com estes testes é possível verificar se uma mudança no programa promove uma quebra no código (vide seção 3.3).

Todas as 37 operações de contornos listadas no capítulo 2 estão disponíveis no *MusiContour*. Além dessas operações, o programa conta com as minhas sugestões à Teoria dos Contornos presentes no capítulo 4.

Criei funções no *MusiContour* para verificar a consistência da Teoria dos Contornos. Por exemplo, por meio da função `contour.prime_form_algorithm_test` é possível verificar se algoritmos de forma prima de classes de contornos retornam apenas uma forma prima para cada classe. Dessa forma, é possível fazer *benchmarking* de algoritmos de forma prima de classes de contornos.

3.2 Tutorial do *MusiContour*

O procedimento para rodar o *MusiContour* no interpretador Python é rodar o interpretador e importar os módulos, funções e classes desejados e então manipular os contornos. Para usar o *MusiContour* é preciso inicialmente rodar o interpretador:

```
> python
Python 2.7.1+ (r271:86832, Apr 11 2011, 18:05:24)
[GCC 4.5.2] on linux2
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>>
```

Em seguida é necessário importar os módulos desejados:

```
>>> from contour import contour
>>> from contour import comparison
>>> from contour import plot
```

Para simplificar a operação com a classe `Contour` basta chamá-la individualmente:

```
>>> from contour import Contour
```

Para criar um objeto contorno basta usar a classe `Contour`:

```
>>> Contour([0, 1, 4, 2, 3])
< 0 1 4 2 3 >
```

É útil abstrair um objeto contorno em uma variável para reaproveitá-la depois (variável `cseg` neste exemplo):

```
>>> cseg = Contour([1, 0, 3, 2])
>>> cseg
< 1 0 3 2 >
```

Para calcular operações generativas e descritivas basta chamar o método desejado:

```
>>> cseg.inversion()
< 2 3 0 1 >
>>> cseg.internal_diagonals()
< - + - >
>>> cseg.comparison_matrix()
  | 1 0 3 2
----------
1 | 0 - + +
0 | + 0 + +
3 | - - 0 -
2 | - - + 0
```

É possível ainda usar a entrada de operação como saída para outra:

```
>>> cseg = Contour([5, 9, 6, 8])
>>> cseg.translation().inversion().retrogression()
< 1 2 0 3 >
```

Para comparar contornos basta usar as funções disponíveis no módulo `comparison`. É útil definir os contornos em variáveis para depois chamar as funções:

```
>>> cseg1 = Contour([0, 1, 2])
>>> cseg2 = Contour([0, 2, 1, 3])
```

```
>>> cseg3 = Contour([0, 3, 1, 2])
>>> comparison.comparison.cseg_similarity(cseg2, cseg3)
0.8333333333333334
>>> comparison.all_contour_mutually_embedded(cseg1, cseg2)
0.7333333333333333
>>> comparison.fuzzy_similarity(cseg2, cseg3)
0.8333333333333334
```

É possível ainda fazer iterações com os dados. Por exemplo, retornar a similaridade por contornos embutidos entre um contorno `cseg` e todos os seus subconjuntos `s`:

```
>>> cseg = Contour([0, 3, 1, 2])
>>> [(s, comparison.all_contour_mutually_embedded(cseg, s)) for s in cseg.
    all_subsets()]
[(< 0 1 >, 0.4166666666666667),
(< 0 2 >, 0.4166666666666667),
(< 0 3 >, 0.4166666666666667),
(< 1 2 >, 0.4166666666666667),
(< 3 1 >, 0.4166666666666667),
(< 3 2 >, 0.4166666666666667),
(< 0 1 2 >, 0.6),
(< 0 3 1 >, 0.8),
(< 0 3 2 >, 0.8),
(< 3 1 2 >, 0.8),
(< 0 3 1 2 >, 1.0)]
```

A interatividade do interpretador permite também elaborar funções mais complexas que retornem resultados mais específicos. Por exemplo, o código abaixo mapeia os contornos mais comuns e os contornos únicos em segmentos musicais, agrupando-os por voz. Usei este código para estudar contornos nos corais harmonizados por J.S. Bach.

```
def common_unique_aux(segs, n=5):
    seq = count_dic_items(group_segs(segs))
    common_segs = sort_descendent(seq)
    most_common = sum([x[1] for x in common_segs[:n]])
    total = len(seq)
    unique = 0
    for [p, value] in common_segs:
        if value == 1: unique += 1
    return perc(unique, total), perc(most_common, total)

def common_unique(segs):
```

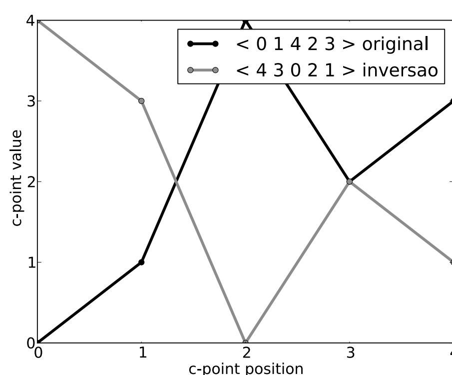


Figura 3.2: Plotagens do *MusiContour*

```
    r = []
    for voice, seg in group_by_voice(segs):
        data = common_unique_aux(seg)
        r.append((voice, data))
    return r
```

Para plotar o contorno é preciso usar a função `contour_lines`, do módulo `plot`. Esta função pode plotar um ou vários contornos e aceita como argumentos a cor e legenda. Na segunda plotagem do exemplo abaixo há dois contornos, sendo que o segundo contém uma inversão do primeiro. O valor `k` indica preto (*black*) e `0.55` indica uma gradação do preto (0) ao branco (1). Vide segunda plotagem na figura 3.2.

```
>>> cseg = Contour([0, 1, 4, 2, 3])
>>> plot.contour_lines([cseg, 'k', 'legenda'])
>>> plot.contour_lines([cseg, 'k', 'original'],
                       [cseg.inversion(), '0.55', 'inversao'])
```

O *MusiContour* possui funções que auxiliam na composição. Por exemplo, é possível escolher um contorno, um conjunto de notas, gerar diversas combinações baseadas nestes dados e exportar o resultado para um editor de partitura que reconheça o formato MusicXML. Para mostrar um objeto com o contorno < 0 1 3 2 > e o conjunto de notas [0136] basta rodar o código abaixo. Um trecho do resultado gráfico pode ser visto na figura 3.3.

```
>>> from contour.composition import cseg_pitch_sets_to_music21
>>> cseg = Contour([0, 1, 3, 2])
>>> conjunto = [0, 1, 3, 6]
```



Figura 3.3: Fragmentos com contorno < 0 1 3 2 > e conjunto [0136]

```
>>> oitava = 4
>>> objeto = cseg_pitch_sets_to_music21(cseg, conjunto, oitava)
>>> objeto.show()
```

3.3 Testes funcionais e relação com a pesquisa

Testes funcionais são proposições lógicas com o resultado do processamento de uma função e o resultado esperado desta função. Por exemplo, espera-se que a função $f(x) = 2x$ tenha o valor 4 como resultado de $f(2)$. Então esta função pode ser testada com proposições como $f(0) = 0$, $f(1) = 2$, $f(-2) = -4$, $f(0) \neq 2$, e assim por diante. Enquanto a função estiver corretamente programada, os testes serão sempre verdadeiros.

Elaborar os testes significa levantar diversos comportamentos de cada operação e incluir proposições afirmativas e negativas, como $1 = 1$ e $1 \neq 2$. Dessa forma, a razão de um teste falhar pode ser um erro de programação da função, do teste, ou um erro na própria teoria.

Os testes funcionais ajudam a verificar a consistência da Teoria dos Contornos. A maioria das proposições dos testes do *MusiContour* é constituída por exemplos apresentados na literatura. Por exemplo, o código seguinte contém o teste do método de matriz de comparação com base no contorno < 0 2 3 1 > da figura 8 de (Marvin e Laprade 1987, p. 238). Esta figura contém o gráfico do contorno e sua matriz de comparação.

```
def test_comparison_matrix_1():
  cseg = Contour([0, 2, 3, 1])
  assert cseg.comparison_matrix() == [[0, 2, 3, 1], [0, 1, 1, 1], [-1, 0, 1, -1],
      [-1, -1, 0, -1], [-1, 1, 1, 0]]
```

A refatoração do programa e a implementação de novas operações é trivial quando o programa é desenvolvido com testes funcionais. Os testes garantem que as modificações internas da refatoração do programa não afetarão os resultados das operações, e que um algoritmo está corretamente programado.

Assim, a metodologia do trabalho de programação das operações da Teoria dos Contornos consistiu na programação preliminar de testes funcionais destas operações, programação das operações, execução dos testes funcionais, e revisão do código, nos casos de falha nos testes. A revisão muitas vezes implicou na refatoração do programa. Encontrei a inconsistência nos algoritmos de Schultz e de Marvin e Laprade usando esta metodologia (vide inconsistências nas seções 4.5 e 4.6).

3.4 Integração com o *Music21*

O *Music21*[12] é um conjunto de ferramentas para Musicologia assistida por computador. Ele é desenvolvido em Python e dispõe de diversas funcionalidades incorporadas, como parseamento de arquivos em formato *Kern*[13] e segmentação musical por vozes, compassos e tempo. Com essas funcionalidades é possível, por exemplo, analisar diversos aspectos do repositório de mais de 100.000 de partituras em formato *kern* do *Center for Computer Assisted Research in the Humanities* (CCARH)[14], em Stanford, EUA. Este repositório contém obras como todas as sonatas para piano de Mozart e Beethoven, todos os quartetos de Beethoven e todos os Concertos de Brandemburgo de Bach.

Estou integrando o código do *MusiContour* ao *Music21* como um módulo para aproveitar as funcionalidades do *Music21* e o repositório do CCARH para analisar contornos de um grande *corpus* de obras musicais.

O Grupo de Pesquisa Genos tem realizado pesquisas utilizando esta integração de ferramentas. Por exemplo, nós do Genos analisamos os contornos de todas as frases dos 371 corais de

[12]Disponível em `http://mit.edu/music21`.
[13]Disponíveis em `http://kern.ccarh.org/`.
[14]Vide `http://ccarh.org/`

Johann Sebastian Bach e encontramos resultados como maior diversidade de contornos na linha do baixo[15]. Além disso iniciei uma pesquisa sobre relações de contornos em 549 composições do gênero Choro com um bolsista do PIBIC[16]. Finalmente participo da pesquisa de Visualização Musical do Genos, na qual estamos analisando contornos e outros aspectos musicais de um *corpus* de melodias populares do Nordeste brasileiro[17].

[15]Os resultados desta pesquisa estão documentados em artigo aceito pela Revista Art, a ser disponibilizado em `http://revista-art.com/`.

[16]Esta pesquisa está disponível em `http://genosmus.com/pesquisa/contornos/choro/`.

[17]Esta pesquisa está disponível em `http://genosmus.com/pesquisa/visualizacao/`.

Capítulo 4

Discussão sobre a Teoria de Contornos

No capítulo 1 eu levantei duas hipóteses. A hipótese da Teoria de Relações de Contornos Musicais conter outras inconsistências além do algoritmo de forma prima de Marvin e Laprade é verdadeira, pois os pontos seguintes da teoria contêm erros ou inconsistências conceituais.

1. Generalização limitada (seção 4.2)
2. Refinamento do algoritmo de redução, de Schultz (seção 4.5)
3. Contornos embutidos, de Marvin e Laprade (seção 4.7)

A hipótese da inconsistência no algoritmo de forma prima de Marvin e Laprade ter impacto nas outras formulações da teoria e nos resultados das análises de obras musicais feitas com base na Teoria dos Contornos é falsa. Levantei e testei as operações utilizadas em análises musicais apresentadas na bibliografia de contornos e não encontrei qualquer impacto da inconsistência. A seção 4.9 contém uma discussão sobre esta hipótese.

4.1 Definições pouco explicadas

As definições da Teoria dos Contornos em geral são bastante formais e pouco explicadas. Por exemplo, Morris (1987, p. 31) afirma que, por definição, contornos com invariância por re-

trógrado da inversão (RI) são permitidos em uma classe, e que estes contornos devem ter a propriedade expressa na equação 4.1, onde q é a ordem do espaço de contorno, t é a cardinalidade do contorno, e P_n é o CP que ocupa a posição n.

$$P_n + P_{(t-1-n)} = q - 1 \tag{4.1}$$

Embora Morris exemplifique com o contorno < 0 2 4 >, não explica o porquê desta equação. É importante formalizar os conceitos e operações matematicamente porque dessa forma é possível ter precisão e concisão que muitas vezes a linguagem escrita não permite. No entanto também é importante conectar estas equações aos princípios musicais que as regem. A falta de maiores explicações dificulta o estudo da teoria. Com um número reduzido de teóricos para testar e usar a teoria, ela mantem-se impopular e passível de erros.

Um outro exemplo de falta de explicação ocorre nos contornos primos com simultaneidade. Não há qualquer exemplo do uso do algoritmo de Morris (1993) ou Schultz (2009) que resulte em um contorno primo com simultaneidade.

4.2 Generalização de contornos limitada

A Teoria dos Contornos tem em sua base conceitos que permitem a generalização de contornos para o mapeamento de qualquer parâmetro musical, uma vez que contorno é "um conjunto de pontos em uma dimensão sequencial ordenada por qualquer outra dimensão sequencial"[1] (Morris 1987, p. 283). Além disso, diversos autores expandiram o uso da teoria para outros parâmetros além de alturas, como duração, dinâmica, densidade e andamento (Marvin e Laprade 1987; Marvin 1988; Marvin 1991; Marvin 1995; Lerdahl 2001; Sampaio 2008b; Bor 2009).

Contornos musicais não são propriamente parâmetros musicais, como altura ou duração, mas abstrações destes parâmetros. Dessa forma, é possível abstrair o contorno de qualquer dimensão

[1] "a set of points in one sequential dimension ordered by any other sequential dimension".

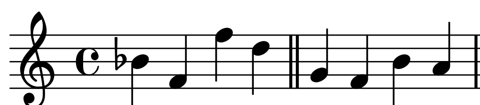


Figura 4.1: Melodia com contorno < 1 0 3 2 >

musical sequencial. Por exemplo, é possível mapear contornos de condução de vozes em função da altura.

Entretanto, esta teoria tem em sua base conceitos que limitam a sua generalização. Os conceitos de espaço de contorno, espaço de duração, *c-pitch*, segmento de contorno e segmento de duração limitam a teoria a aplicações com alturas e durações em função do tempo.

Os contornos dos parâmetros altura e duração têm características diferentes. A audição dos CP dos contornos de altura depende apenas da ocorrência de uma nota, enquanto a audição dos CP dos contornos de duração depende da ocorrência de duas notas para que se estabeleça o lapso de tempo entre elas (Marvin 1988, p. 153). Dessa forma, as alturas são tratadas como pontos e as durações como pares de pontos. O conceito de espaço de contorno não prevê esta diferença. Por isso Marvin (1988, p. 158) criou o conceito de espaço de duração.

No entanto, o nome usado para o conceito de espaço de contornos de duração leva à confusão com o conceito de espaço de durações absolutas. No primeiro, os valores absolutos são ignorados e apenas a relação de valor entre esses valores são considerados. No segundo, os valores absolutos são considerados. Por exemplo, na figura 4.1, o espaço de alturas da melodia é o conjunto $A = \{F3, G3, Bb3, B3, A3, D4, F4\}$ e o espaço de contorno das alturas é o conjunto $CA = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. O espaço de durações é o conjunto unitário $D = \{\text{semínima}\}$ e o espaço de contorno de durações é o conjunto $CD = \{0\}$.

O espaço de contorno de durações é limitado à duração, mas deveria ser generalizado para qualquer parâmetro que envolva diferença entre pontos. Uma generalização deste espaço permitiria, por exemplo, a comparação de intervalos melódicos.

Proponho então a eliminação dos conceitos de espaço de duração e segmento de duração e a classificação dos espaços de contornos em dois grupos: espaços de contornos de pontos e de diferenças. Os espaços de contornos de pontos compreendem os domínios cujos valores dos

elementos são representados por pontos, como altura e dinâmica. Os espaços de contornos de diferenças englobam os domínios cujos valores dos elementos são representados pela diferença entre pares de pontos, como duração e intervalos de alturas.

Esta classificação preserva as características diferentes de altura e duração e generaliza seu uso para qualquer tipo de parâmetro. Assim, os espaços musicais podem ser classificados como:

1. Espaços musicais (valores absolutos considerados)
   (a) Espaço de alturas
   (b) Espaço de classes de alturas
   (c) Espaço de durações
   (d) Espaço de dinâmicas
2. Espaços de contornos musicais (valores absolutos desconsiderados)
   (a) Espaços de pontos
      i. Espaço de contornos de alturas
      ii. Espaço de contornos de dinâmicas
   (b) Espaços de diferenças
      i. Espaço de contornos de durações
      ii. Espaço de contornos de intervalos entre alturas

O termo *c-pitch* indica os elementos de um contorno de qualquer parâmetro, no entanto este termo sugere um contorno de altura. O termo para elementos de um contorno deveria ser mais geral e coerente com contornos de outros parâmetros, como duração e densidade. O termo *c-pitch* compromete o entendimento de que esta teoria é generalizada para qualquer parâmetro ou espaço musical. Por essa razão proponho a utilização do termo ponto de contorno (*c-point* ou CP) para referência aos elementos de contornos.

Conforme a seção 2.4.2, um segmento de contorno é o mapeamento de uma dimensão sequencial em outra dimensão sequencial. Dessa forma, o CP de um segmento é um par ordenado de posição e valor. Então um CP de um contorno C deve ser representado por $C_{position} = value$, como um *c-pitch*.

No entanto, conforme a seção 2.4.1, o espaço de contorno é um conjunto não ordenado de elementos. Dessa forma, o CP de um espaço de contorno é apenas um valor, e não um par de posição e valor.

Finalmente, Marvin afirma que "contornos musicais são ordenados no tempo"[2] (Marvin 1988, p. 67). Este entendimento limita os contornos à dimensão do tempo e impossibilita a abstração de contornos em outras dimensões, como contornos de alturas em função das durações, ou contornos da dinâmica em função da densidade. A definição de Morris, de dimensão sequencial em função de outra dimensão sequencial (vide início desta seção) deve ser preservada para que a generalização dos contornos não fique limitada.

4.3 Terminologia limitada ou imprecisa

A terminologia da Teoria dos Contornos também contém problemas. Friedmann, Morris e Marvin e Laprade (Friedmann 1987) utilizam termos diferentes para conceitos semelhantes.

Os vetores de classe de contorno (Friedmann 1985) (vide seção 2.6.7) expressam a orientação ascendente ou descendente de um contorno. No entanto o nome da operação não sugere seu próprio tipo de funcionalidade, pois está associado apenas ao objeto—a classe de contorno—e não à característica vetorizada—a orientação direcional. Então proponho novos termos para estas operações.

A operação *contour class vector* deve ser renomeada para *contour direction vector*, um termo melhor relacionado com os resultados obtidos com a operação. De qualquer modo esta operação deve ser substituída pela operação *contour direction index* (vide seção 4.8).

[2] "musical contours are ordered in time".

Termo original	Proposta
c-pitch / *cp*	*c-point* / *cp*
d-segment / *dseg*	*c-segment* / *cseg*
contour class vector	*direction vector*
vetor de classe de contorno	vetor de direção
espaço de contorno	espaço de contorno de pontos
espaço de duração	espaço de contorno de diferenças

Tabela 4.1: Equivalência de termos

Conforme seção 4.2, proponho termos mais gerais para substituir *c-pitch*, *d-segment*, espaço de contorno e espaço de duração. A tabela 4.1 contém a equivalência entre os termos já largamente usados na Teoria dos Contornos e os termos propostos.

4.4 Identificação de classes de contornos equivalentes

As classes de contornos são identificadas com um par de números referentes à cardinalidade e à ordem da classe entre as que têm mesma cardinalidade (vide seção 2.4.4, p. 22). Estes pares de números não explicitam o perfil do contorno. Além de não terem um significado maior, estes pares criam a necessidade de consulta à tabela de Marvin e Laprade (1987, pp. 257–262).

Esta dificuldade é agravada nos casos de contornos de CP não adjacentes repetidos. Nestes casos os pares representam classes que são derivadas de tais contornos com repetições, e não dos contornos em si. Por exemplo, a classe do contorno < 0 1 0 2 > é identificada com o par 4-3/5, que se refere aos contornos < 0 2 1 3 > e < 0 3 1 2 >.

Por essa razão, neste trabalho proponho o uso da forma prima do contorno como identificador da classe[3]. Uma vez que a forma prima representa a classe com a sua forma mais compacta (seção 4.6, p. 105), esta forma é apropriada para esta identificação. A principal vantagem do uso da forma prima é dar a compreensão imediata do perfil da classe do contorno a ser identificada.

Por exemplo, a identificação 4-8 não dá a informação elementar do perfil dos contornos desta classe, mas a identificação < 1 3 0 2 > o faz. Esta forma de identificação é eficiente, sobretudo

[3] Agradeço ao Dr. Liduino José Pitombeira de Oliveira pela sugestão desta forma de identificar classes de contornos.

nos casos de contornos com CP não adjacentes repetidos. Outro exemplo é o contorno de CP repetido de classe 4-4/6. Neste caso é preciso verificar os pares 4-4 < 0 2 3 1 > e 4-6 < 0 3 2 1 >, calcular suas matrizes de comparação, verificar os pontos das matrizes em que há repetição de CP e recalcular o contorno original. Neste caso seria muito mais simples usar a forma prima < 0 1 2 0 > para identificar a sua classe.

4.5 Algoritmo de refinamento de redução de contornos de Schultz

O Refinamento de redução de contornos de Schultz (seção 2.5.7, p. 42) tem quatro problemas:

1. Processamento de repetições adjacentes combinadas de máximas e mínimas
2. Indefinição nas sequências de máximas ou mínimas repetidas.
3. Etapas desnecessárias.
4. Inconsistência no número de ações em cada etapa.

Processamento de repetições adjacentes combinadas de máximas e mínimas Há uma falha na décima etapa do algoritmo de Schultz (algoritmo 2.2). Esta etapa contém dois testes que podem resultar na continuidade para a etapa 11 ou no salto para a etapa 17 e finalização do algoritmo.

> Se todos os pontos de contorno estão sinalizados, e não existe mais que uma repetição de ponto nas listas de máximas e mínimas combinadas, não incluindo o primeiro e último pontos de C, proceda direto para o passo 17[4]. (Schultz 2009, p. 130)

[4] "If all c-pitches are flagged, and no more than one c-pitch repetition in the max-list and min-list (combined) exists, not including the first and last c-pitches of C, proceed directly to step 17".

No segundo teste, a expressão "e não mais que uma repetição de pontos de contorno combinada entre lista de máximas e mínimas existe [...]"[5] pode ser reinterpretada como "e existe até uma repetição de pontos de contornos combinada entre listas de máximas e mínimas [...]". Esta expressão gera um erro, pois nenhum contorno primo tem repetições adjacentes combinadas de máximas e mínimas. Portanto o algoritmo não deve ser finalizado enquanto essas repetições ainda estiverem presentes no contorno. Por exemplo, o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$ tem todos os CP sinalizados e apenas uma repetição combinada dos CP 2 e 0. Logo, na etapa 10 o algoritmo finaliza a redução deste contorno sem eliminar a repetição combinada.

A escrita das etapas de um algoritmo deve ter revisão meticulosa, pois um simples engano na pontuação pode causar dúvidas e até invalidar o resultado dado pelo algoritmo, como acontece no algoritmo de Schultz. Dessa forma, essa expressão da etapa 10 pode ser reescrita "e não há repetição de pontos de contorno combinada entre lista de máximas e mínimas [...]"[6] .

Indefinição da sequência de máximas ou mínimas repetidas Esta falta de definição influencia o resultado das etapas 8 e 9 do algoritmo de Schultz (algoritmo 2.2). Na sua oitava etapa, este algoritmo manda eliminar a sinalização de uma das máximas quando não há mediação de mínimas. Alguns situações de redução podem envolver três ou mais máximas adjacentes repetidas mediadas por apenas uma mínima, como ocorre com o contorno $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$. Neste contorno, há um grupo de repetição de máximas adjacentes com 3 elementos. Não há mediação de mínimas entre as duas primeiras ocorrências da máxima de valor 2, mas há entre as duas últimas ocorrências, da mínima de valor 0.

Há duas possibilidades de entendimento de sequência de máximas: todo o grupo de três máximas adjacentes repetidas, ou cada grupo de duas máximas adjacentes repetidas. Considerando as três ocorrências como pertencentes a uma única sequência, o resultado da etapa 8 é a manutenção de todas as sinalizações. Com esta manutenção, o contorno manteria a repetição de máximas adjacentes até a última etapa, resultando em um contorno não pertencente ao conjunto dos contornos primos.

[5] "and no more than one c-pitch repetition in the max-list and min-list (combined) exists [...]".
[6] "if [...] there is no c-pitch repetition in the max-list and min-list (combined) [...]".

A outra possibilidade é entender que a sequência de máximas envolve cada grupo de duas máximas adjacentes de mesmo valor. Neste caso, o algoritmo eliminaria uma das duas primeiras máximas e manteria as duas últimas. Os exemplos de uso do algoritmo dados por Schultz têm esta orientação.

A escolha do conceito de sequência não está expressa no algoritmo. Portanto, o algoritmo carece de uma definição mais precisa de sequência.

Número de etapas desnecessárias Os contornos são submetidos a muitas etapas de modo desnecessário. As etapas 8 e 9 são exclusivas para os contornos com repetição adjacente de máximas e/ou mínimas, no entanto mesmo um contorno sem essas repetições são submetidos a essas etapas.

Por exemplo, o algoritmo remove o CP de valor 1 do contorno $< 0\ 1\ 2 >$ na etapa 4 e retorna $< \overline{\underline{\mathbf{0}}}\ \overline{\underline{\mathbf{2}}} >$ para o processamento na sexta etapa. Após nova sinalização de máximas, o contorno passa pela verificação de máximas repetidas. A etapa 7 é análoga. O contorno ainda passa pelas etapas 8 e 9 sem qualquer necessidade, e apenas na etapa 10 chega ao final do algoritmo.

Um número muito grande de etapas aumenta a chance de erros de operação do algoritmo. Portanto a solução para este problema é a criação de passagens (*bypass*) para saltar as etapas desnecessárias.

Inconsistência no número de ações O algoritmo não tem consistência no número de ações em cada etapa. Por exemplo, a etapa 6 contém duas ações—sinalização de máximas e escolha de máximas no caso de repetição. As etapas 14 e 15 contêm apenas uma ação, de teste e incremento do valor da profundidade N. O uso de uma única ação em cada etapa previne o esquecimento de alguma das ações das etapas e deixa o algoritmo mais claro, no entanto pode deixar o algoritmo muito prolixo. O uso de múltiplas ações em uma única etapa deixa o algoritmo mais enxuto, mas pode implicar em esquecimento.

Proponho uma revisão deste algoritmo implementando múltiplas ações em cada etapa de forma agrupada. Por exemplo, calcular lista de máximas e de mínimas em uma mesma etapa.

Além disso implemento as passagens de salto de etapas, corrijo o texto sobre repetições combinadas e, finalmente defino o que são sequências de máximas ou mínimas adjacentes repetidas.

Esta revisão está expressa no algoritmo 4.1. A primeira parte do algoritmo tem apenas 3 etapas. A sinalização de máximas e mínimas ocorre em uma etapa única, assim como a eliminação de CP não sinalizados e incremento do valor da profundidade N.

A etapa inicial da iteração tem uma sinalização inicial de máximas e mínimas com base nas listas de máximas e mínimas da etapa 1. A etapa seguinte, número 5, contém um teste de repetição adjacente de máximas e/ou mínimas com salto para a etapa 10. Este salto evita que o contorno seja submetido desnecessariamente às etapas exclusivas para contornos de repetições adjacentes.

As etapas 6 e 7 contêm a segunda parte do conteúdo das etapas de mesmo número do algoritmo de Schultz. No entanto o texto é reorganizado para um entendimento imediato das três possibilidades de condição. Nas etapas 8 e 9 a única alteração é a definição precisa de que cada sequência de máximas ou mínimas adjacentes repetidas tem apenas dois elementos.

Os testes da etapa 10 do algoritmo de Schultz são desmembrados. Na nova etapa 10 há apenas o teste das repetições adjacentes combinadas de máximas e mínimas. Este desmembramento evita que os contornos passem por etapas exclusivas de ocorrência de repetições combinadas. A etapa 11 contém apenas a ação de remoção de sinalizações, sem o teste da etapa de mesmo número do algoritmo original. Os testes para listas de máximas e mínimas da etapa 12 original são desmembrados nas etapas 12 e 13.

A etapa 14 contém o teste de CP não sinalizados que ocorrem na primeira parte do teste da etapa 10 do algoritmo original. A etapa 15 agrupa a remoção de CP não sinalizados e as duas possibilidades de incremento da valor da profundidade. A etapa 16 tem uma correção na enumeração da iteração, com salto de volta para a etapa 4, e a etapa 17 permanece inalterada.

Para efeito comparativo, demonstro a revisão com o mesmo contorno utilizado na página 48, A < 1 3 0 2 0 2 0 2 0 2 0 3 1 >,

1. Etapa 0. $n = 0$

Algorithm: Given a contour C and a variable N:.
First part:

Step 0: Set N to 0.

Step 1: Flag all maxima in C upwards and call the resulting set the max-list, and flag all minima in C downwards and call the resulting set the min-list. All modification in a max- or min-list will result in a new max- min- list.

Step 2: If all CP are flagged, go to step 4.

Step 3: Delete all non-flagged CP in C and increment N by 1 (i.e., N becomes $N + 1$).
Second part:

Step 4: Flag all maxima in the max-list upward and flag all minima in the min-list downward.

Step 5: If there are no adjacent repeated maximas or minimas, go to step 10.

Step 6: For any string of equal and adjacent maxima in the max-list:
1. If the first or last CP in C is present in string, flag only it
2. If the first and last CP in C are present in string, flag only them.
3. If the first or last CP in C are not present in string, flag all maximas.

Step 7: For any string of equal and adjacent minima in the min-list:
1. If the first or last CP in C is present in string, flag only it
2. If the first and last CP in C are present in string, flag only them.
3. If the first or last CP in C are not present in string, flag all minimas.

Step 8: For any string of two equal and adjacent maximas in the max-list, if there is a minima between them, flag both maximas, else, remove the flag of only one (any) repeated maxima.

Step 9: For any string of two equal and adjacent minimas in the min-list, if there is a maxima between them, flag both minimas, else, remove the flag of only one (any) repeated minima.

Step 10: If there is no CP repetition in the max-list and min-list (combined), not including first and last CP of C, go to step 14.

Step 11 Remove the flags on all repeated CP except those closest to the first and last CP of C.

Step 12: If both flagged CP remaining from step 11 are members of the max-list, flag any one (and only one) former member of the min-list whose flag was removed in step 11.

Step 13: If both flagged CP remaining from step 11 are members of the min-list, flag any one (and only one) former member of the max-list whose flag was removed in step 11.

Step 14: If all CP are flagged, go to step 17.

Step 15: Delete all non-flagged CP in C and, if $N \neq 0$, increment N by 1 (i.e., N becomes $N + 1$), else, increment N by 2 (i.e., N becomes $N + 2$).

Step 16: Go to step 4.

Step 17: End. N is the "depth" of the original contour C.

Algoritmo 4.1: Revisão do Schultz Contour Reduction Algorithm Refinement

2. Etapa 1, sinalização de máximas e mínimas: $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

3. Etapa 2, condicional: todos sinalizados, ir para etapa 4.

4. Etapa 4, sinalizar máximas da lista de máximas e mínimas da lista de mínimas:

   $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

5. Etapa 5, condicional: há repetições adjacentes de máximas e mínimas. Seguir para etapa 6.

6. Etapa 6, nenhuma repetição adjacente de máximas envolve o primeiro ou último CP do contorno, manter todas as sinalizações:

   $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

7. Etapa 7, nenhuma repetição adjacente de mínimas envolve o primeiro ou último CP do contorno, manter todas as sinalizações:

   $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

8. Etapa 8, todas as sequências de duas máximas adjacentes repetidas contêm uma mínima intermediando, portanto a sinalização é mantida:

   $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

9. Etapa 9, há sequências de duas mínimas adjacentes repetidas intermediadas por máximas e sequências sem intermediação. As sequências sem intermediação têm a sinalização de uma das mínimas removida:

   $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ 0\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

10. Etapa 10, Existe repetição combinada de máximas e mínimas: $\underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ \overline{\mathbf{2}}$. Ir para etapa 11.

11. Etapa 11, remover a sinalização dos CP combinados mantendo os mais próximos ao início e final do contorno:

    $< \overline{\underline{\mathbf{1}}}\ \overline{\mathbf{3}}\ 0\ 2\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{2}}\ \underline{\mathbf{0}}\ 2\ 0\ \overline{\mathbf{3}}\ \overline{\underline{\mathbf{1}}} >$.

12. Etapa 12, os CP sinalizados na etapa 11 pertencem à lista de máximas. Manter inalterado.

13. Etapa 13, os CP sinalizados na etapa 11 pertencem à lista de mínimas. Manter inalterado.

14. Etapa 14, condicional: há CP não sinalizados.

15. Etapa 15, Remover CP não sinalizados e incrementar n em 2, pois $n = 0$: < $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\underline{\mathbf{0}}$ $\overline{\mathbf{2}}$ $\underline{\mathbf{0}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ >.
    $n = 2$

16. Etapa 16, voltar à etapa 4.

17. Etapa 4, sinalizar máximas e mínimas: < $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\underline{\mathbf{0}}$ 2 $\underline{\mathbf{0}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ >.

18. Etapa 5, condicional: há repetições adjacentes de mínimas. Seguir para etapa 6.

19. Etapa 6, não há sequências de máximas adjacentes repetidas.

20. Etapa 7, a repetição de mínimas não envolve o primeiro nem último CP. Todas as mínimas são sinalizadas: < $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\underline{\mathbf{0}}$ 2 $\underline{\mathbf{0}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ >.

21. Etapa 8, não há sequências de máximas adjacentes repetidas.

22. Etapa 9, a sequência de mínimas adjacentes repetidas não tem intermediação de máximas. A sinalização de uma das mínimas repetidas é removida:
    < $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\underline{\mathbf{0}}$ 2 0 $\overline{\mathbf{3}}$ $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ >.

23. Etapa 10, não há repetição combinada de máxima e mínima, ir para etapa 14.

24. Etapa 14, condicional: há CP não sinalizados.

25. Etapa 15, Remover CP não sinalizados e incrementar n em 1, pois $n = 2$. < $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\underline{\mathbf{0}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ >.
    $n = 3$.

26. Etapa 16, voltar à etapa 4.

27. Etapa 4, sinalizar máximas e mínimas: < $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\underline{\mathbf{0}}$ $\overline{\mathbf{3}}$ $\overline{\underline{\mathbf{1}}}$ >

28. Etapa 5, não há repetição de máximas nem mínimas, ir para etapa 10.

29. Etapa 10, não há repetição combinada de máxima e mínima, ir para etapa 14.

30. Etapa 14, condicional: todos os CP estão sinalizados. Ir para etapa 17.

31. Etapa 17, fim. O contorno C tem profundidade n, 4 e é reduzido a < 1 2 0 2 1 >, já em forma normal.

4.6 Algoritmo de Forma Prima de Classe de Contorno

Marvin e Laprade (1987) definiram um algoritmo de forma prima para classes de segmentos de contornos, mas não informaram qual resultado musical esta forma gera. Esta falta de informação ocorre na descrição das três etapas do algoritmo e na descrição da transitividade de relações de contornos de elementos não adjacentes repetidos (Marvin 1988, p. 104).

O algoritmo consiste em três etapas (algoritmo 4.2) (Marvin e Laprade 1987, p. 234)

Algorithm: Given a contour cseg:

Step 1: If necessary, translate the cseg so its content consists of integers from 0 to $(n-1)$,

Step 2: If $(n-1)$ minus the last c-pitch is less than the first c-pitch, invert the cseg,

Step 3: If the last c-pitch is less than the first c-pitch, retrograde the cseg.

Algoritmo 4.2: Algoritmo de forma prima de classe de contorno de Marvin e Laprade

No caso de haver CP não consecutivos repetidos, Marvin e Laprade argumentam que

> Nosso algoritmo de forma prima também funciona, embora empates possam ocorrer mais frequentemente (se para os passos 2 e 3 o primeiro e último *cps* são os mesmos, o segundo e penúltimo *cps* devem ser comparados, e assim por diante, até o empate ser quebrado)[7]. (Marvin e Laprade 1987, 245)

No caso deste algoritmo, a falta de maiores explicações sobre seu funcionamento resultou em um intervalo de 24 anos entre sua publicação e a verificação de sua inconsistência—identificada no presente trabalho. A inconsistência do algoritmo de Marvin e Laprade está na duplicidade de formas primas em 28 das 235 classes de contornos de cardinalidade 2 a 6 (vide tabela 4.2).

[7] "Our prime form algorithm also holds, although "ties" may occur more frequently (if for steps 2 and 3 the first and last cps are the same, the second and the second-to-last cps are compared, and so on until the "tie" is broken)".

Cseg class	FP correta	FP incorreta
5-3	< 0 1 3 2 4 >	< 0 2 1 3 4 >
5-8	< 0 2 3 1 4 >	< 0 3 1 2 4 >
5-25	< 1 0 4 2 3 >	< 1 2 0 4 3 >
5-27	< 1 2 4 0 3 >	< 1 4 0 2 3 >
6-3	< 0 1 2 4 3 5 >	< 0 2 1 3 4 5 >
6-9	< 0 1 3 4 2 5 >	< 0 3 1 2 4 5 >
6-13	< 0 1 4 2 3 5 >	< 0 2 3 1 4 5 >
6-15	< 0 1 4 3 2 5 >	< 0 3 2 1 4 5 >
6-31	< 0 2 3 4 1 5 >	< 0 4 1 2 3 5 >
6-37	< 0 2 4 3 1 5 >	< 0 4 2 1 3 5 >
6-53	< 0 3 2 4 1 5 >	< 0 4 1 3 2 5 >
6-59	< 0 3 4 2 1 5 >	< 0 4 3 1 2 5 >
6-115	< 1 0 2 5 3 4 >	< 1 2 0 3 5 4 >
6-119	< 1 0 3 5 2 4 >	< 1 3 0 2 5 4 >
6-125	< 1 0 5 2 3 4 >	< 1 2 3 0 5 4 >
6-127	< 1 0 5 3 2 4 >	< 1 3 2 0 5 4 >
6-134	< 1 2 3 5 0 4 >	< 1 5 0 2 3 4 >
6-139	< 1 2 5 3 0 4 >	< 1 5 2 0 3 4 >
6-144	< 1 3 2 5 0 4 >	< 1 5 0 3 2 4 >
6-149	< 1 3 5 2 0 4 >	< 1 5 3 0 2 4 >
6-178	< 2 0 1 5 4 3 >	< 2 1 0 4 5 3 >
6-180	< 2 0 4 5 1 3 >	< 2 4 0 1 5 3 >
6-181	< 2 0 5 1 4 3 >	< 2 1 4 0 5 3 >
6-182	< 2 0 5 4 1 3 >	< 2 4 1 0 5 3 >
6-184	< 2 1 4 5 0 3 >	< 2 5 0 1 4 3 >
6-186	< 2 1 5 4 0 3 >	< 2 5 1 0 4 3 >
6-188	< 2 4 1 5 0 3 >	< 2 5 0 4 1 3 >
6-190	< 2 4 5 1 0 3 >	< 2 5 4 0 1 3 >

Tabela 4.2: Classes com duas formas primas

O erro pode ser constatado, por exemplo, com a classe de contornos 5-3. Esta classe tem como representantes os contornos P < 0 1 3 2 4 >, I(P) < 4 3 1 2 0 >, R(P) < 4 2 3 1 0 >, e RI(P) < 0 2 1 3 4 >. Considerando-se o contorno P para o cálculo da forma prima,

1. O contorno P < 0 1 3 2 4 > já está em sua forma normal e não precisa de translação.
2. O contorno P contém 5 elementos, logo n = 5. O primeiro CP é 0, e o último, 4. Então (5 - 1) < 4 é uma expressão falsa. Dessa forma não é preciso inverter o contorno.
3. O último CP (4) não é menor do que o primeiro (0), logo não é necessário retrogradar o contorno.

Dessa forma o contorno P < 0 1 3 2 4 > é calculado como a forma prima da classe 5-3. No entanto um teste com o seu retrógrado da inversão gera resultado diferente.

1. O contorno RI(P) < 0 2 1 3 4 > já está em sua forma normal e não precisa de translação.
2. O contorno RI(P) contém 5 elementos, logo n = 5. O primeiro CP é 0, e o último, 4. Então (5 - 1) < 4 é uma expressão falsa. Dessa forma não é preciso inverter o contorno.
3. O último CP (4) não é menor do que o primeiro (0), logo não é necessário retrogradar o contorno.

Assim, o contorno RI(P) < 0 2 1 3 4 > também é calculado como a forma prima da classe 5-3. Este resultado é incoerente, pois a forma prima é uma forma única de representação de uma classe de contornos. Uma classe não poderia ter duas formas primas. Resolvi esta inconsistência com a minha proposta de algoritmo para forma prima de classes de contornos.

Proponho o algoritmo *Sampaio Contour Class Prime Form Algorithm* para a solução do problema de geração de forma prima de classes de contornos. Este algoritmo considera que o desenho ideal do contorno em forma prima é ascendente—o valor do último CP maior do que o valor do primeiro—e mais próximo da base no lado esquerdo.

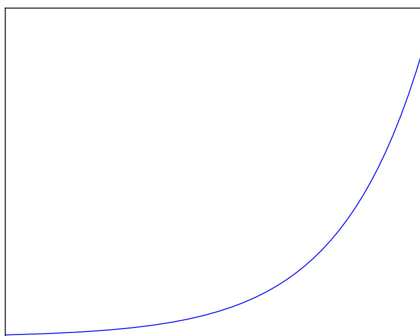


Figura 4.2: Desenho ideal da forma prima de uma classe de contornos

A informação deste desenho ideal de uma forma prima não está explícita na literatura. Deduzi este desenho do algoritmo de Marvin e Laprade. A figura 4.2 contém o gráfico de uma função exponencial, que representa este conceito de desenho ideal de forma prima, ascendente, e mais próxima da base no lado esquerdo.

O *Sampaio Contour Class Prime Form Algorithm* consiste em quatro passos (algoritmo 4.3)

Algoritmo: Dado um contorno A;
Etapa 1: Translade A caso ele não esteja em sua forma normal.
Etapa 2: Calcule as operações de retrógrado, inversão e retrógrado da inversão de A.
Etapa 3: Ordene as quatro versões numericamente de forma ascendente.
Etapa 4: A forma prima é a primeira das quatro versões ordenadas.

Algoritmo 4.3: Algoritmo de forma prima de classe de contorno de Sampaio

Por exemplo, dado um contorno J < 7 2 4 9 5 8 >,

1. Transladar J para T(J) < 3 0 1 5 2 4 >
2. Calcular as operações: RT(J) < 4 2 5 1 0 3 >, IT(J) < 2 5 4 0 3 1 >, e RIT(J) < 1 3 0 4 5 2 >.
3. Ordenar numericamente: RIT(J) < 1 3 0 4 5 2 >, IT(J) < 2 5 4 0 3 1 >, T(J) < 3 0 1 5 2 4 >, e RT(J) < 4 2 5 1 0 3 >.
4. A forma prima desta classe é a forma do retrógrado da inversão: <u>RIT(J)</u> < 1 3 0 4 5 2 >

Todos os representantes de uma classe são calculados e comparados. A ordem numérica ascendente garante tanto o princípio de contorno ascendente, quanto de proximidade da base no lado esquerdo.

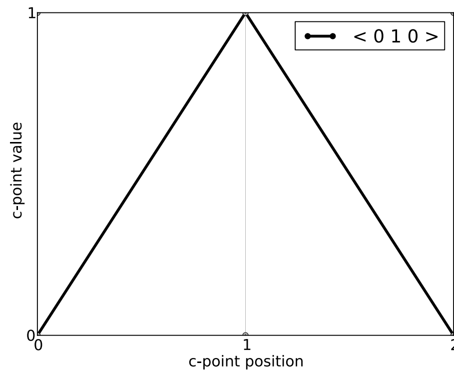
4.6.1 Significado das definições

Uma outra contribuição para a Teoria dos Contornos é a explicação do significado de suas definições. Por exemplo, a matriz de comparação estabelece relações entre contornos com repetição de CP não adjacentes e outros contornos específicos (seção 2.4.4). Os contornos com repetição de CP não adjacentes contêm zeros em posições externas à diagonal principal. Estes contornos com repetição se relacionam com os contornos que têm matriz de comparação idêntica, exceto pelas posições dos zeros substituídas alternadamente pelos sinais +, e -.

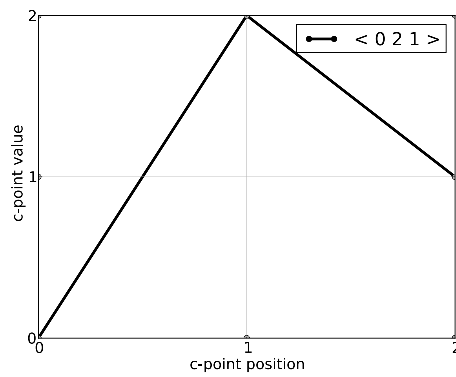
Por exemplo, o contorno K < 0 1 0 > contém uma repetição de CP (vide matriz na tabela 4.3a). A substituição do zero do triângulo superior por $+$ resulta na matriz do contorno < 0 2 1 > (tabela 4.3b), e a substituição do zero por $-$ resulta na matriz do contorno M < 1 2 0 > (tabela 4.3c). Os contornos L e M estão relacionados com o contorno K pela matriz de comparação e formam uma sequência chamada tupla ordenada. O número de contornos da tupla ordenada tem valor $2^n + 1$, onde n é o número de CP repetidos. No caso do contorno K, como o número de repetições é 1, o número de contornos da tupla é 3 ($2^1 + 1$).

Esta relação pode ser entendida graficamente. No exemplo do contorno K, os contornos gerados mantêm o CP do meio como o mais agudo, como ocorre em K < 0 1 0 >, e alternam a relação entre os CP repetidos, de valor zero. No contorno L < 0 2 1 >, a primeira ocorrência do zero—CP L_0—é mais baixa (0) do que a segunda ocorrência, CP L_3 (1). No contorno M < 1 2 0 >, ocorre o inverso. A primeira ocorrência do zero M_0 é mais alta (1), do que a segunda M_2 (0).

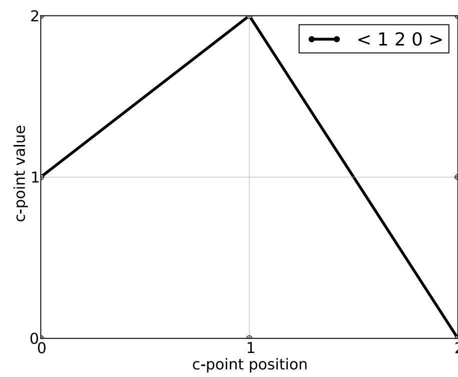
Um outro exemplo, o contorno N < 0 1 2 0 3 1 >, com as repetições $N_0 = N_3$ e $N_1 = N_5$ tem a matriz da comparação indicada na tabela 4.4a e está representado graficamente pela figura 4.4a. A relação de contornos entre elementos repetidos permanece. O contorno N gera quatro



(a) Contorno K < 0 1 0 >



(b) Contorno L < 0 2 1 >



(c) Contorno M < 1 2 0 >

Figura 4.3: Contorno de *c-point* repetidos K < 0 1 0 >

	0	1	0
0	0	+	0
1	-	0	-
0	0	+	0

(a) K < 0 1 0 >

	0	2	1
0	0	+	[+]
2	-	0	-
1	-	+	0

(b) L < 0 2 1 >

	1	2	0
1	0	+	[-]
2	-	0	-
0	+	+	0

(c) M < 1 2 0 >

Tabela 4.3: Matrizes de comparação resultantes do contorno K < 0 1 0 >

	0	1	2	0	3	1
0	0	+	+	0	+	+
1	-	0	+	-	+	0
2	-	-	0	-	+	-
0	0	+	+	0	+	+
3	-	-	-	-	0	-
1	-	0	+	-	+	0

(a) Contorno N < 0 1 2 0 3 1 >, com *c-pitches* repetidos

	0	2	4	1	5	3
0	0	+	+	+	+	+
2	-	0	+	-	+	+
4	-	-	0	-	+	-
1	-	+	+	0	+	+
5	-	-	-	-	0	-
3	-	-	+	-	+	0

(b) Contorno O < 0 2 4 1 5 3 >

	0	3	4	1	5	2
0	0	+	+	+	+	+
3	-	0	+	-	+	-
4	-	-	0	-	+	-
1	-	+	+	0	+	+
5	-	-	-	-	0	-
2	-	+	+	-	+	0

(c) Contorno < 0 3 4 1 5 2 >

	1	2	4	0	5	3
1	0	+	+	-	+	+
2	-	0	+	-	+	+
4	-	-	0	-	+	-
0	+	+	+	0	+	+
5	-	-	-	-	0	-
3	-	-	+	-	+	0

(d) Contorno < 1 2 4 0 5 3 >

	1	3	4	0	5	2
1	0	+	+	-	+	+
3	-	0	+	-	+	-
4	-	-	0	-	+	-
0	+	+	+	0	+	+
5	-	-	-	-	0	-
2	-	+	+	-	+	0

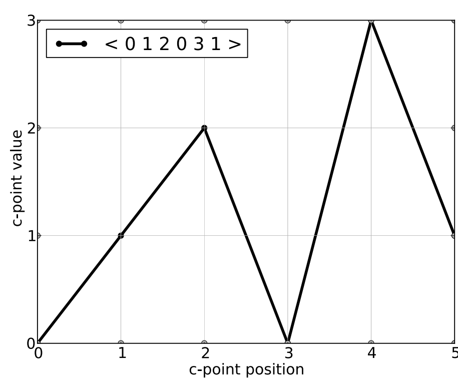
(e) Contorno Q < 1 3 4 0 5 2 >

Tabela 4.4: Matrizes de comparação resultantes do contorno B < 0 1 2 0 3 1 >

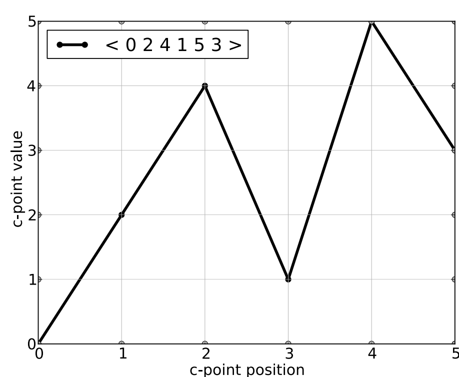
contornos relacionados. Por exemplo, o contorno obtido com a substituição de todos os zeros do triângulo superior por + é O < 0 2 4 1 5 3 > (figura 4.4b e tabela 4.4b). A substituição dos zeros por - gera o contorno Q < 1 3 4 0 5 2 > (figura 4.4e e tabela 4.4e). Os CP repetidos no contorno N aparecem em O com a relação $O_0 < O_3$ ($0 < 1$) e $O_2 < O_4$ ($2 < 3$), e em Q com a relação $Q_0 > Q_3$ ($1 > 0$) e $Q_1 > Q_5$ ($3 > 2$).

4.7 Contornos embutidos

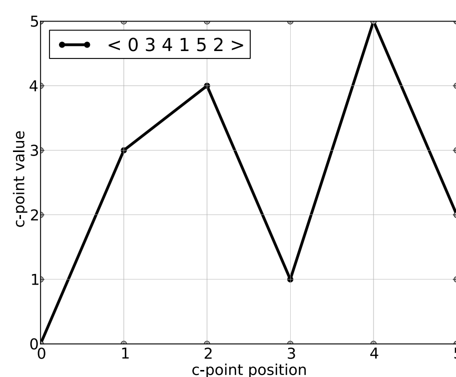
A equação que retorna o resultado da operação de similaridade por contornos embutidos, chamada de $ACMEMB(A, B)$, contém um erro (vide equação (2.11), p. 72). De acordo com



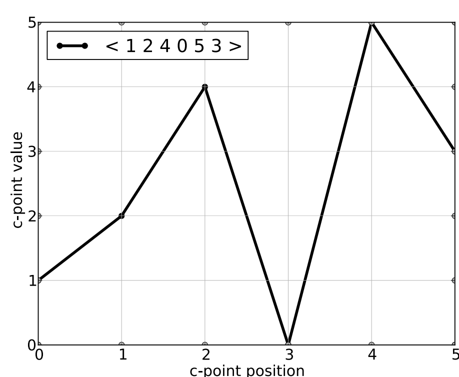
(a) contorno N < 0 1 2 0 3 1 >



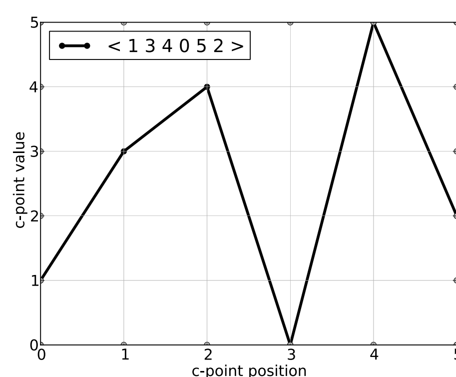
(b) Contorno O < 0 2 4 1 5 3 >



(c) Contorno < 0 3 4 1 5 2 >



(d) Contorno < 1 2 4 0 5 3 >



(e) Contorno Q < 1 3 4 0 5 2 >

Figura 4.4: Formas primas do contorno N < 0 1 2 0 3 1 >

esta equação a similaridade por contornos embutidos é o quociente da soma dos valores dos subcontornos mutualmente embutidos de cardinalidade 2 a n nos contornos comparados A e B pelo número total de subcontornos dos contornos comparados, onde n é a cardinalidade do maior contorno.

A operação de subcontorno embutido ($CMEMB_n(X, A, B)$) retorna o quociente da soma dos contornos X de cardinalidade n mutualmente embutidos nos contornos comparados A e B pelo número total de contornos de cardinalidade n possíveis nos contornos comparados.

Dessa forma, o valor do numerador da gequação 2.11 é uma soma de quocientes, e não uma soma de valores absolutos de contornos mutualmente embutidos nos contornos comparados. Em todos os exemplos de Marvin e Laprade o valor de $ACMEMB(A, B)$ é calculado com a soma de valores absolutos, e não com a soma de quocientes (Marvin e Laprade 1987, p. 246).

Portanto proponho uma reorganização e modificação nos conceitos das operações de contornos embutidos de Marvin e Laprade. As operações $CEMB(A, B)$, $CMEMB_n(X, A, B)$ devem ser sub-operações, necessárias unicamente para fornecer dados para a operação principal $ACMEMB(A, B)$. Os resultados das duas primeiras operações são parciais, com a comparação de um subcontorno ou apenas subcontornos de uma única cardinalidade, enquanto a operação $ACMEMB(A, B)$ fornece um resultado completo.

Além disso proponho que as operações $CEMB(A, B)$, $CMEMB_n(X, A, B)$ retornem apenas os valores absolutos do número de subcontornos embutidos, e não o quociente com o número total de possíveis subcontornos embutidos. Dessa forma é possível aproveitar a equação 2.11 fornecida por Marvin e Laprade (1987, p. 266).

Finalmente proponho definir formalmente as operações $CEMB(A, B)$ e $CMEMB_n(X, A, B)$. A operação $CEMB(A, B)$ (equação (4.2)) pode ser definida como a cardinalidade de um conjunto de contornos X cujas matrizes $M(X)$ são equivalentes à matriz do contorno A ($M(A)$) e subconjuntos da matriz do contorno B ($M(B)$). A operação $CMEMB_n(X, A, B)$ (equação (4.3)) pode ser definida como a cardinalidade de um conjunto de contornos Z de cardinalidade n, cujas matrizes são equivalentes à matriz de um contorno X e subconjuntos das matrizes

dos contornos A e B.

$$CEMB(A, B) = |\{X|M(X) \equiv M(A) \wedge M(X) \subseteq M(B)\}| \tag{4.2}$$

$$CMEMB_n(X, A, B) = |\{Z||Z| = n \wedge M(Z) \equiv M(X) \wedge M(Z) \subseteq M(A) \wedge M(Z) \subseteq M(B)\}| \tag{4.3}$$

4.8 Novas operações

Além da solução do algoritmo de forma prima de classes de contornos, proponho a incorporação de seis operações à Teoria dos Contornos.

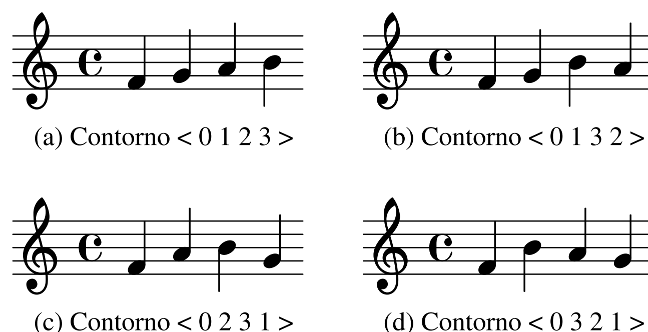
1. Contínuo de similaridade de contornos
2. Índice de simetria de contornos
3. Índice de direção I
4. Índice de direção II

4.8.1 Contínuo de similaridade de contornos

O contínuo de similaridade de contornos compara um contorno dado com todas as classes de contornos de cardinalidade menor ou igual a este contorno dado e ordena esses contornos pela medida de similaridade. Dessa forma, os contornos ficam agrupados do menos similar para o mais similar. A comparação pode ser feita com as operações de medida de similaridade de contornos CSIM e ACMEMB, de Marvin e Laprade (1987). Por exemplo, um dado contorno A < 0 3 2 1 > tem cardinalidade 4. Portanto é possível compará-lo com 4 classes de contornos de cardinalidade 4 usando a operação CSIM, ou com as 11 classes de contornos de cardinalidade

Medida de similaridade	Contorno(s)
0.50	< 0 1 2 3 >, < 1 0 3 2 >
0.66	< 0 1 3 2 >, < 0 2 1 3 >, < 1 3 0 2 >
0.83	< 0 2 3 1 >, < 0 3 1 2 >
1.00	< 0 3 2 1 >

Tabela 4.5: Contínuo de similaridade de contornos



(a) Contorno < 0 1 2 3 > (b) Contorno < 0 1 3 2 >

(c) Contorno < 0 2 3 1 > (d) Contorno < 0 3 2 1 >

Figura 4.5: Melodias de cardinalidade 4

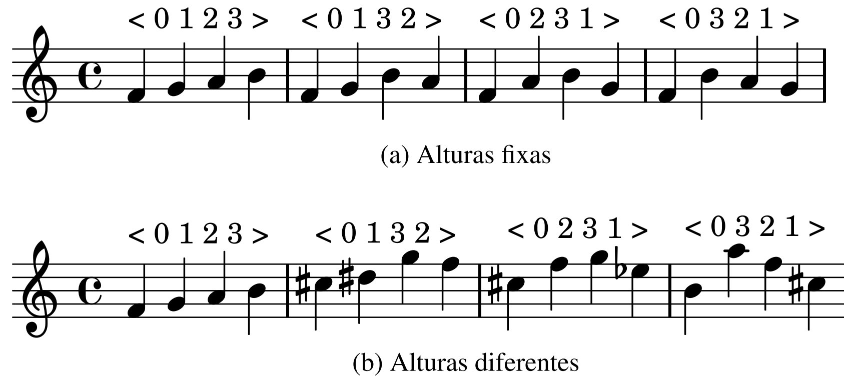
2 a 4 usando a operação ACMEMB. O resultado da operação com CSIM nas classes de contornos de cardinalidade 4 está expresso na tabela 4.5. A operação de contínuo de similaridade é interessante para a composição musical, pois permite um afastamento e aproximação gradual para um contorno mais ou menos similar.

A figura 4.5 contém fragmentos melódicos de quatro notas para comparação dos valores de similaridade da tabela 4.5. A figura 4.6a contém uma melodia construída com as quatro melodias da figura 4.5 com um contínuo de similaridade de 0.5 para 1 e a figura 4.6b contém o mesmo contínuo de similaridade, no entanto as melodias são formadas por notas diferentes das melodias da figura 4.5.

Portanto, o contínuo de similaridade de contornos pode ter grande utilidade na composição musical, em especial, na definição de níveis de contraste entre materiais.

4.8.2 Índice de simetria de contornos

O índice de simetria mede o quanto um contorno é simétrico em relação à retrogradação da sua inversão com valores entre 0 e 1, onde 0 é a menor e 1 é a maior simetria. Por exemplo, um



(a) Alturas fixas

(b) Alturas diferentes

Figura 4.6: Melodias com grau ascendente de similaridade

contorno A < 0 1 2 3 4 > é exatamente igual ao retrógrado da sua inversão. Logo, este contorno tem máxima simetria.

O valor de cada CP da primeira metade do contorno é comparado com o de posição correspondente na retrogradação de sua inversão. Por exemplo, $A_0 = RI(A_0)$, $A_1 = RI(A_1)$ e assim por diante. Em contornos de cardinalidade ímpar, o CP central é incorporado à primeira metade. Basta comparar a simetria na primeira metade do contorno, pois a segunda metade já está representada no retrógrado da sua inversão. O valor do índice de simetria é a soma de ocorrências de posições com mesmo valor na primeira metade do contorno original e do seu retrógrado invertido dividido pelo total de posições desta metade.

Por exemplo, os contornos A < 0 1 2 3 4 >, B < 4 3 2 0 1 > e C < 0 1 3 4 2 > têm valores de índice de simetria diferentes. O retrógrado da inversão do contorno A é o contorno $RI(A)$ < 0 1 2 3 4 >. As primeiras metades dos contornos A e $RI(A)$ são constituídas pelos CP [0, 1, 2] e [0, 1, 2], respectivamente, com três posições. Neste caso todas as posições destas metades têm igual valor em ambas versões original e RI do contorno A. Então o valor do índice de simetria do contorno A é $\frac{3}{3}$, ou 1.

A versão RI do contorno B < 4 3 2 0 1 > é o contorno $RI(B)$ < 3 4 2 1 0 >. As primeiras metades destes contornos compreendem os CP [4, 3, 2] e [3, 4, 2], respectivamente, com três posições. Apenas uma das posições destas metades tem o mesmo valor, 2. Então, o valor da simetria é $\frac{1}{3}$, ou 0.33.

Finalmente, a versão RI do contorno C < 0 1 3 4 2 > é o contorno $RI(C)$ < 2 0 1 3 4 >. As

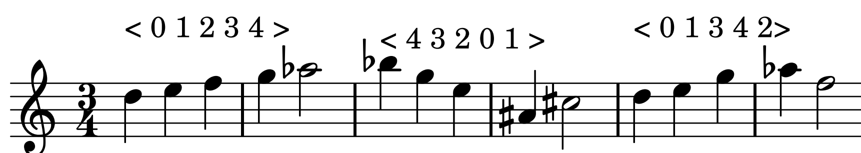


Figura 4.7: Melodia com índice decrescente de simetria

primeiras metades dos contornos compreendem os CP [0, 1, 3] e [2, 0, 1]. Nenhuma posição tem o mesmo valor nessas metades. Assim, o índice de simetria deste contorno é $\frac{0}{3}$, ou 0.

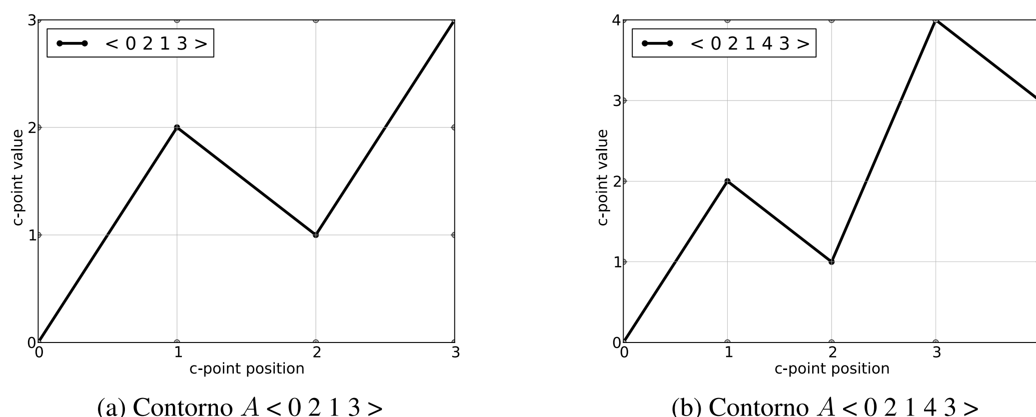
Esta operação pode ser usada em uma composição em que a simetria seja um determinante composicional. Por exemplo é possível escolher contornos em um contínuo de índice de simetria de menor para maior valor, ou vice-versa. A figura 4.7 contém uma melodia construída com os contornos A, B e C com um valor decrescente de simetria.

4.8.3 Índices de direção de contornos

Os índices de direção I e II fornecem um valor entre -1 e 1 que indica se os movimentos adjacentes de um contorno têm uma tendência mais ascendente ou descendente. Estes índices são calculados com os vetores de direção do contorno (seção 4.3). O valor do índice de direção é dado pelo o quociente entre o dígito de movimentos ascendentes do vetor e a soma dos dígitos do vetor. O índice de direção I é calculado com o vetor de direção I e o índice de direção II é calculado com o vetor de direção II.

Por exemplo, os vetores de direção I e II de um dado contorno < 0 3 2 1 > são, respectivamente [6, 4], e [3, 3]. O valor do índice de direção I é $\frac{6}{6+4}$, ou 0,6. O valor do índice de direção II é $\frac{3}{3+3}$, ou 0,5. Com estas operações é possível comparar índices de ascendência e descendência entre contornos diferentes. As operações de Friedmann não permitem esta comparação, pois utiliza valores absolutos.

Por exemplo, os contornos A < 0 2 1 3 > e B < 0 2 1 4 3 > (fig. 4.8) têm valores de vetor de direção I $[9, 1]$ e $[18, 2]$, respectivamente. Embora os vetores sejam diferentes, a proporção entre seus valores é a mesma. Ambos os contornos têm índice de direção I de valor 0.9.



(a) Contorno $A < 0\ 2\ 1\ 3 >$ (b) Contorno $A < 0\ 2\ 1\ 4\ 3 >$

Figura 4.8: Comparação de índices de direção entre contornos

4.9 Impacto da inconsistência do algoritmo de forma prima na teoria

Conforme o capítulo 1 e seção 4.6, uma identificação equivocada da forma prima de uma classe de contorno equivalente pode induzir ao erro de identificar contornos de uma mesma classe como pertencentes a classes diferentes. Por isso levantei a hipótese de que a inconsistência deste algoritmo de forma prima poderia ter impacto nos resultados das análises baseadas na Teoria dos Contornos.

A verificação deste impacto teve o apoio de um bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica da UFBA (PIBIC)[8]. O bolsista teve como plano de trabalho o mapeamento e testes das operações de contornos de todas as análises de obras musicais presentes na bibliografia sobre a Teoria dos Contornos. O resultado deste trabalho foi um mapa com todas as 508 ocorrências de operações organizado por referência (autor, ano e título da referência), operação mapeada, página onde ocorre a operação, composição e compositor da obra onde a operação foi utilizada, localização no texto (parágrafo, número do exemplo), e resultado do teste da operação. A tabela 4.6 contém um fragmento deste mapa de operações (Nunes 2012). O mapa está disponível em `http://genosmus.com/MusiContour/contour-operations-map.html`.

[8]Inicialmente Francis Strappa, e depois Eduardo Lago Nunes.

Ref.: Autor, ano e título	Operação	Página	Composição	Compositor	N. Exemplo	Local	Teste
Friedmann85:methodology	CCVI	235	Pierrot Lunaire, Die Blasse Waescherin	Schoenberg	7	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	CCVI	236	Pierrot Lunaire, Die Blasse Waescherin	Schoenberg	1º Parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	CCVII	235	Pierrot Lunaire, Die Blasse Waescherin	Schoenberg	7	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	CCVII	236	Pierrot Lunaire, Die Blasse Waescherin	Schoenberg	2º parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	CCVII	240	Phantasy op. 47	Schoenberg	3º parágrafo	texto	Erro?
Friedmann85:methodology	CCVII	241	Phantasy op. 47	Schoenberg	8.a, 8.b	gráfico	Erro?
Friedmann85:methodology	CIA	231	Phantasy, op. 47	Schoenberg	1º parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	CIA	235	Pierrot Lunaire, Die Blasse Waescherin	Schoenberg	7	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	CIA	236	Pierrot Lunaire, Die Blasse Waescherin	Schoenberg	2º parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	CIS	231	Suite, op. 25, Menuett	Schoenberg	3º parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	CIS	233	Phantasy op. 47	Schoenberg	6	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	inversion	225	Five piano pieces, op. 23, Waltz	Schoenberg	1.a, 1.b	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	inversion	226	Five piano pieces, op. 23, Waltz	Schoenberg	4º parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	inversion	229	Phantasy op. 47	Schoenberg	4	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	inversion	231	Suite, op. 25, Menuett	Schoenberg	3º parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	rotation	225	Phantasy op. 47	Schoenberg	2	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	rotation	226	Phantasy op. 47	Schoenberg	3º parágrafo	texto	OK
Friedmann85:methodology	rotation	233	Phantasy, op. 47	Schoenberg	4a, 4b	gráfico	OK
Friedmann85:methodology	rotation	231	Phantasy op. 47	Schoenberg	5º parágrafo	texto	OK

Tabela 4.6: Fragmento do mapa de operações de contornos

Com a realização deste mapeamento, o bolsista e eu pudemos constatar que a inconsistência no algoritmo de forma prima de Marvin e Laprade não causa impacto nas análises mencionadas. A principal razão da ausência de impacto é o uso reduzido desta operação nestas análises, apesar da importância da operação no estabelecimento de identidade entre contornos.

A principal razão da ausência desta operação tem relação com uma característica comum às análises da literatura da Teoria dos Contornos. Em geral essas análises ocorrem para exemplificar propostas de novas operações, e não com o objetivo explícito de entender as obras. Então o foco principal dos autores é a utilização das novas operações.

Além disso não há formulações de conceitos e operações na Teoria dos Contornos que tenham a forma prima de classe de contornos equivalentes como ponto de partida.

Por essas razões eu declaro falsa a hipótese do impacto da inconsistência nas análises de obras na literatura da Teoria dos Contornos.

Capítulo 5

Relações de contornos na Composição Musical

Um dos objetivos deste trabalho foi aplicar conceitos, operações e ideias da Teoria dos Contornos na Composição Musical. Ao longo da pesquisa do doutorado compus sete obras (tabela 5.1). Cinco dessas obras foram apresentadas em recitais e/ou gravadas[1]. As obras *Genética, op. 8* e *Difusa, op. 13* são baseadas em relações de contorno e são analisadas neste capítulo (seção 5.2). As análises das demais obras estão no apêndice B.

Opus	Título	Ano	Formação instrumental	Uso de contornos
7	*Espiral*	2009	Fl, Cl, Tpt, Pno, Vln, Vlc	Não
8	*Genética*	2010	Cl, Fg	Sim
9	*Fuxico*	2010	Fl, Cl, Tpt, Vln, Vlc	Não
10	*Reencontro*	2011	Flauta solo	Não
11	*Ímpeto*	2012	Duo de percussão	Não
12	*Octaedro*	2012	Fl, Cl, Bar. sax	Não
13	*Difusa*	2012	Quarteto de cordas	Sim

Tabela 5.1: Obras compostas ao longo da pesquisa com relações de contornos

As sete obras mencionadas têm diversos aspectos em comum. No domínio da altura, todas têm como base a escala octatônica de tom e semitom, exceto *Difusa, op. 13*, que é baseada em uma outra escala de oito sons (conjunto 8-0135679B, da classe 8-25[2]) e *Ímpeto, op. 11*, que não

[1] As gravações destas obras estão disponíveis em `http://marcosdisilva.net/pt/composicoes/`

[2] Vide tabela de classes de conjunto de Allen Forte (1973).

tem instrumentos de altura definida. Do ponto de vista da organização de materiais, todas são motívicas. No domínio da textura, há uma predominância de construções contrapontísticas. Do ponto de vista da macroforma, todas são secionais e baseadas em gestos musicais[3].

5.1 Aplicação de ideias da Teoria dos Contornos na Composição Musical

Neste trabalho busquei aplicar os conceitos, operações e ideias sobre relações de contorno na Composição Musical de várias maneiras. Utilizei relações de contorno para:

1. estabelecer coerência
2. organizar a estrutura
3. construir motivos
4. mapear alturas
5. mapear registros
6. mapear estrutura métrica
7. mapear lapso de entrada entre vozes
8. mapear múltiplos parâmetros simultâneos
9. mapear densidade instrumental
10. mapear direção gestual
11. mapear proporções de durações das seções

[3] O termo gesto é usado aqui para definir direção, movimento. Não há relação com o uso empregado na área da Semiótica.

Embora contornos sejam facilmente reconhecíveis auditivamente, nem toda aplicação de contornos poderá ser percebida, como por exemplo mapeamento de andamentos com contornos. No entanto, em Composição Musical os contornos ajudam a estabelecer coerência e organizar as ideias do compositor, independente da audibilidade das estruturas mapeadas.

5.1.1 Estrutura e coerência

Contornos podem ajudar a dar coerência a uma obra musical, funcionando como determinante composicional (Clifford 1995). Nas obras *Genética, op. 8* e *Difusa, op. 13* utilizei contornos base e derivei destes contornos os materiais que usei para compor estas obras[4]. Em *Difusa, op. 13* utilizei o contorno < 1 2 0 2 1 >, e em *Genética, op. 8* utilizei a diagonal de contorno < - + - + - + >. Busquei aproveitar tanto estes contornos base quanto os contornos relacionados a eles por operações no maior número possível de situações. Este procedimento ajudou a consolidar a coerência em ambas as obras.

Motivos ajudam a produzir unidade, coerência, lógica, compreensibilidade e fluência (Schoenberg 1967, p. 8). Uma vez que motivos são caracterizados por seu ritmo, implicação harmônica e contorno melódico (Green 1979, p. 31), contornos podem exercer um importante papel no estabelecimento da coerência por meio de motivos. Na obra *Genética, op. 8* criei dois motivos (figura 5.9, p. 134) com base nos dois contornos derivados do contorno base que usei para compor a obra (figura 5.8, p. 134) e utilizei estes motivos ao longo de toda a obra.

Contornos podem ser usados para organizar a estrutura de uma obra, servindo como determinante composicional. Além de motivos, a métrica, a duração e o movimento gestual podem ajudar nesta organização. Contornos podem ser utilizados para mapear estas estruturas, conforme seção 5.1.2.

[4]Todos os exemplos destes procedimentos estão na seção 5.2, onde está a análise destas obras.

5.1.2 Mapeamento de parâmetros

A abstração de relações de contornos mais conhecida é a abstração de alturas no tempo. A altura é o principal parâmetro de mapeamento de contornos nas obras *Genética, op. 8* e *Difusa, op. 13*. Por exemplo, na seção C da obra *Difusa, op. 13*, o acompanhamento tem contorno relacionado com o contorno principal por operação de redução (figuras 5.5 e 5.6). No início desta obra, o contorno de altura também ajuda a mapear os registros dos instrumentos (figura 5.2b). Neste exemplo, o contorno < 0 3 1 4 2 > mapeia os registros em um âmbito de quatro oitavas.

Mudanças de compassos métricos também podem ser mapeados com relações de contornos. A quarta seção de *Genética, op. 8* tem alternância métrica a cada compasso. Esta alternância é mapeada pela operação de rotação do contorno < 2 1 3 0 5 4 6 >, derivado do contorno principal da obra (figura 5.14).

Relações de contornos podem ser usadas para mapear o lapso de tempo entre entrada de vozes instrumentais. No início de *Difusa, op. 13* (figura 5.2), o lapso de tempo entre as entradas dos instrumentos é mapeada por uma estrutura de durações baseada no contorno < 2 4 1 3 0 >, retrógrado do contorno utilizado para mapear as alturas do trecho.

Os contornos podem ser aplicados simultaneamente a diversos parâmetros musicais. Por exemplo, na obra *Difusa, op. 13* apliquei simultaneamente a registro/altura e lapso de entrada entre vozes (figura 5.2). Neste exemplo utilizei o contorno < 0 3 1 4 2 > para definir o contorno de alturas e o seu retrógrado para definir o lapso de tempo entre as entradas das vozes instrumentais.

A densidade instrumental também pode ser definida com base em contornos musicais. Na obra *Difusa, op. 13* mapeei a densidade nos compassos 11–14 com base no contorno < 0 2 3 1 > (figura 5.7).

O gestual de uma seção ou de uma composição inteira podem ser mapeados por operações de contornos. Por exemplo, em *Difusa, op. 13* há a apresentação de um contorno base < 1 2 0 2 1 > seguida de um contorno contrastante < 1 2 5 0 3 4 5 1 > e de diversos contornos com um índice de semelhança continuamente maior em relação ao contorno base. Esta operação estabelece um

contínuo que ajuda a estruturar toda a obra.

Os contornos de uma composição podem ser abstraídos das relações entre valores de duração das seções da obra. Eu utilizei este procedimento na obra *Genética, op. 8*. Eu defini previamente as durações das seções com base nas simetrias dos números de Fibonacci (tabela 5.4), abstraí o contorno das relações entre estes números e defini os contornos da obra a partir destas relações.

5.1.3 Limites do esforço de sistematização no campo do compor

A composição de obras com uso sistemático de operações de contornos em múltiplos parâmetros musicais foi extremamente difícil e várias vezes bloqueou meu processo de composição. Por essa razão, neste trabalho a proporção de obras com este uso sistemático é menor que as obras sem o compromisso com o uso de relações de contornos. A composição de todas essas obras ajudou no entendimento de que relações de contornos podem ajudar com a coerência na estruturação de obras musicais.

5.2 Composições com base em contornos musicais

5.2.1 *Difusa, op. 13*

O principal objetivo da composição da obra *Difusa, op. 13*, para quarteto de cordas, foi experimentar e demonstrar o uso de operações de contornos na composição musical. Todos os contornos da peça são derivados do contorno < 1 2 0 2 1 > (fig. 5.1) por operações como redução e similaridade (vide cap. 2). Estes contornos mapeiam registro, conjunto de alturas, andamento, densidade instrumental e lapso de tempo entre entradas de vozes.

Esta composição tem duração de cerca de 42 segundos e está organizada nas seções de introdução, A, B, C e codeta (vide tabela 5.2). Os andamentos, 300, 144 e 276, têm contorno < 2 0 1 >, subconjunto da inversão do contorno base, < 1 0 2 0 1 >.

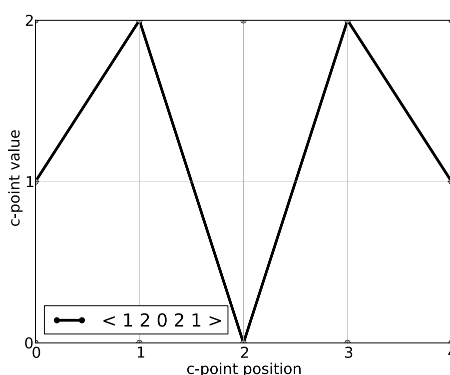


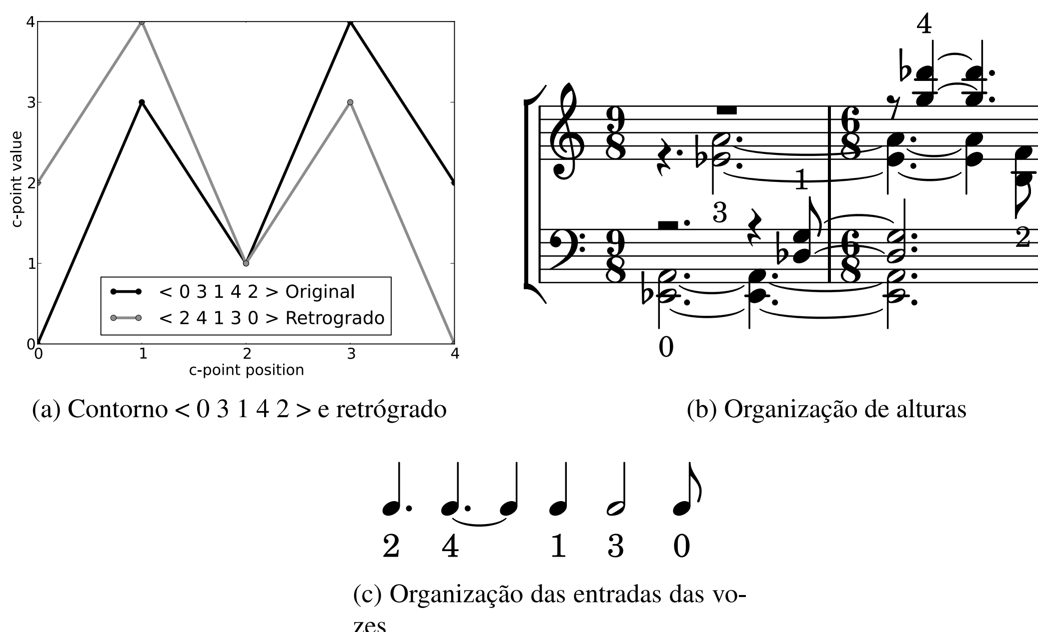
Figura 5.1: Contorno base < 1 2 0 2 1 >

Seções	compassos	andamentos (colcheia)
Introdução	1–2	300
A	3–10	300
B	11–14	144
C	15–20	276
Codeta	21	276

Tabela 5.2: Seções em *Difusa, op. 13*

As alturas desta composição pertencem ao conjunto 0135679B, (classe 8-25). Este conjunto é uma combinação do conjunto 01356 (classe 5-Z12) com a sua transposição T_6. Defini o conjunto 5-Z12 a partir da série de intervalos adjacentes (CIA) do contorno base, de valor [1, -2, 2, -1]. Tomei a classe de altura zero como ponto de partida e transpus as alturas recursivamente com base nos valores absolutos desta série de intervalos. Dessa forma, a primeira classe de altura é 0, a segunda é 1 (0 + 1), a terceira é 3 (1 + 2), a quarta é 5 (3 + 2), e a última é 6 (5 + 1).

Ao planejar a estrutura de contornos desta obra cometi alguns erros de cálculo. Calculei o Índice de Direção I (seção 4.8.3) do contorno principal < 1 2 0 2 1 > positivo, no entanto seu valor é zero. Este resultado significa que a direção resultante do contorno é nula. Como eu considerei uma direção ascendente para o contorno < 1 2 0 2 1 >, busquei utilizar contornos que tivessem um índice de direção (ID1) e uma similaridade (CSIM) com o crescentes em relação ao contorno principal. O contorno de cardinalidade 5 com maiores valores de ID1 e CSIM é o < 0 3 1 3 2 >, com valores 0,75 e 0,8, respectivamente. A sua forma prima é representada pelos contornos < 0 3 1 4 2 > e < 0 4 1 3 2 >. O contorno < 0 3 1 4 2 > tem maiores valores de ID1—0,75—e CSIM com o contorno base—0,7.



(a) Contorno < 0 3 1 4 2 > e retrógrado

(b) Organização de alturas

(c) Organização das entradas das vozes

Figura 5.2: Contornos na introdução do Op. 13

As alturas da seção de introdução têm o contorno < 0 3 1 4 2 >, conforme redução na figura 5.2b, e representação gráfica do contorno, na figura 5.2a. O primeiro bicorde é apresentado na linha do violoncelo, e está no registro mais grave do fragmento, com CP 0. Em ordem temporal, o próximo bicorde ocorre na linha do violino II e tem CP 3. O bicorde seguinte, de CP 1 ocorre na linha da viola e assim por diante.

O lapso de tempo entre as entradas das vozes na introdução é mapeada pelo contorno < 2 4 1 3 0 >, retrógrado de < 0 3 1 4 2 > (fig. 5.2a). A figura 5.2b contém a redução da introdução e a figura 5.2c contém a redução rítmica dos valores dos lapsos de tempo entre essas entradas. O lapso entre a primeira e segunda entradas vale semínima pontuada, o lapso entre segunda e terceira entradas vale semínima pontuada ligada a semínima, o lapso entre terceira e quarta entradas vale semínima, e assim por diante.

O objetivo composicional desta peça é a apresentação de uma ideia musical inicial, um afastamento desta ideia e uma gradativa aproximação até culminar na mesma ideia inicial. A estrutura desta escolha composicional é baseada em similaridade por contorno embutido (ACMEMB).

As seções A, B e C são construídas com fragmentos melódicos de contornos de altura dife-

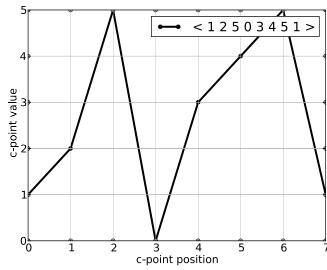
Seção	Contorno	Cardinalidade	ACMEMB
A	< 1 2 5 0 3 4 5 1 >	8	0.38
	< 2 4 0 1 2 3 4 2 >	8	0.39
	< 2 5 0 1 3 4 5 2 >	8	0.40
	< 3 4 0 1 2 3 4 3 >	8	0.41
	< 3 5 0 1 2 4 5 3 >	8	0.42
B	< 1 3 0 1 2 3 1 >	7	0.54
	< 1 4 0 2 3 4 1 >	7	0.55
	< 1 2 4 0 3 4 1 >	7	0.57
	< 2 3 0 1 2 3 2 >	7	0.59
C	< 1 2 0 1 2 1 >	6	0.77
	< 1 3 0 2 3 1 >	6	0.78
	< 2 3 0 1 3 2 >	6	0.84
Codeta	< 1 2 0 2 1 >	5	1.00

Tabela 5.3: Aproximação gradativa de similaridade de contornos

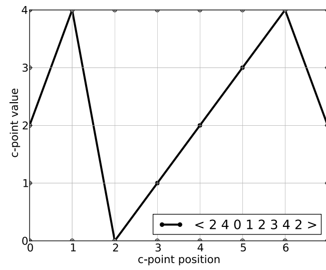
rentes entre si. Tais fragmentos estão organizados de tal forma que o nível de similaridade entre seus contornos e o contorno base ascende gradativamente do início da seção A até o final da seção C. A tabela 5.3 contém os contornos em ordem temporal e os valores de similaridade com o contorno base. A seção A tem cinco contornos de cardinalidade 8, a seção B tem 4 contornos de cardinalidade 7, e a seção C, três contornos de cardinalidade 6. A figura 5.3 contém as representações gráficas dos contornos desta tabela.

O critério de escolha dos contornos foi considerar apenas os contornos que, simultaneamente, têm formas reduzidas com a Redução de Janela 3 e 5 iguais ao contorno base, e têm maior semelhança (ACMEMB) com o contorno base. Por exemplo, existem 2612 possíveis contornos com e sem repetição de CP com cardinalidade 6. Apenas oito desses contornos cumprem o critério de formas reduzidas. Os três contornos de maior semelhança são < 1 2 0 1 2 1 >, < 1 3 0 2 3 1 >, e < 2 3 0 1 3 2 >.

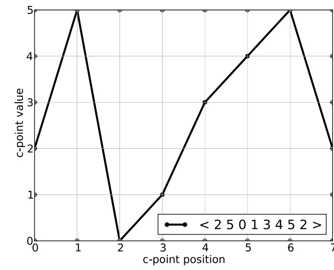
O contorno base está presente nos fragmentos das linhas da viola e do violino II nos compassos 3 a 5 (vide fig. 5.4). Nos compassos 6 a 10, os contornos de cardinalidade 8 da tabela 5.3 ocorrem de forma distribuída em melodias nas linhas dos violinos. Estas melodias são interligadas por fragmentos na linha da viola. Estas ligações são fundamentadas em operações de rotação da inversão do contorno base, < 1 0 2 0 1 >. Estas rotações resultam nos contornos



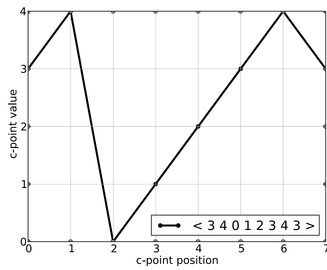
(a) Contour < 1 2 5 0 3 4 5 1 >



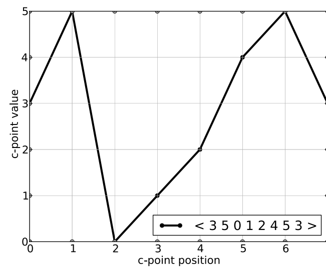
(b) Contour < 2 4 0 1 2 3 4 2 >



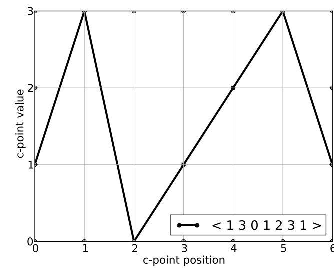
(c) Contour < 2 5 0 1 3 4 5 2 >



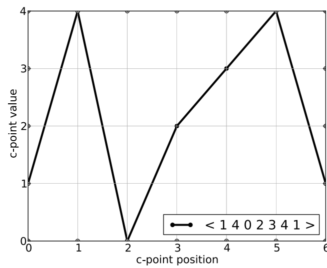
(d) Contour < 3 4 0 1 2 3 4 3 >



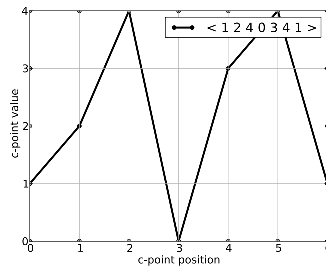
(e) Contour < 3 5 0 1 2 4 5 3 >



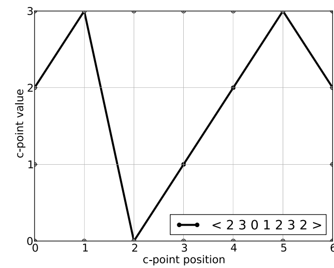
(f) Contour < 1 3 0 1 2 3 1 >



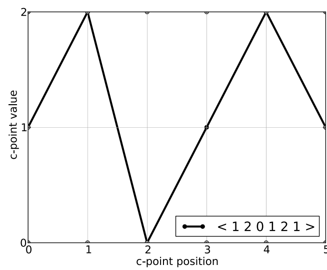
(g) Contour < 1 4 0 2 3 4 1 >



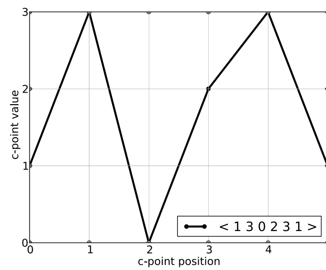
(h) Contour < 1 2 4 0 3 4 1 >



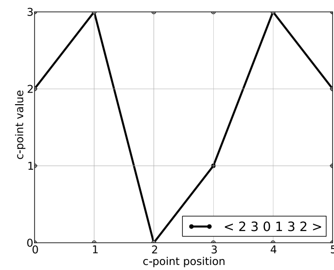
(i) Contour < 2 3 0 1 2 3 2 >



(j) Contour < 1 2 0 1 2 1 >



(k) Contour < 1 3 0 2 3 1 >



(l) Contour < 2 3 0 1 3 2 >

Figura 5.3: Representação gráfica de contornos

< 1 2 0 2 1 >

< 1 2 0 2 1 > < 1 2 0 2 1 >

< 1 2 5 0 3 4 5 1 > < 2 4 0 1 2 3 4 2 >

< 1 0 2 0 1 > < 0 2 0 1

< 2 5 0 1 3 4 5 2 > < 3 4 0 1 2 3 4 3 > < 3 5 0 1 2 4 5 3 >

< 2 0 1 0 > < 0 1 0 2 >

Figura 5.4: Contornos da seção A do Op. 13

< 0 2 0 1 >, < 2 0 1 0 >, e < 0 1 0 2 >.

A aproximação gradual para o contorno base continua na seção B. Cada um dos contornos de cardinalidade 7 ocorrem em uma linha instrumental diferente. Por exemplo, o contorno < 1 3 0 1 2 3 1 >, menos similar desta cardinalidade, ocorre na linha da viola, a primeira ocorrência deste trecho; e o contorno < 2 3 0 1 2 3 2 >, menos similar deste grupo, ocorre na linha do violoncelo, temporalmente a última voz desta seção (vide fig. 5.7b, p. 132).

Na seção C a aproximação gradual mencionada segue até atingir o contorno base, na codeta. Os fragmentos de mesmo contorno são repetidos com alturas diferentes (fig. 5.5). Por exemplo, o contorno < 1 2 0 1 2 1 > ocorre quatro vezes, alternadamente nos violinos (comp. 16–18).

A seção C tem uma textura de melodia acompanhada que, ao final se funde em uma tex-

< 1 2 0 1 2 1 >

< 2 4 0 1 0 3 0 1 0 4 2 >

< 1 2 0 1 2 1 >

< 1 3 0 2 3 1 >

< 2 3 0 1 3 2 >

< 1 2 0 2 1

Figura 5.5: Contornos da seção C do Op. 13

tura mais complexa. O acompanhamento ocorre nas linhas do violoncelo e da viola em um fragmento de 11 colcheias (fig. 5.5). Este fragmento tem contorno < 2 4 0 1 0 3 0 1 0 4 2 >, de cardinalidade 11 (fig. 5.6). A redução R555 deste contorno resulta no contorno base da peça. O âmbito das alturas deste contorno de estende gradativamente até o final desta seção.

A densidade da seção B varia desde instrumento solo a quarteto (fig. 5.7b). No primeiro compasso desta seção (comp. 11) há apenas a linha da viola; no compasso seguinte há uma

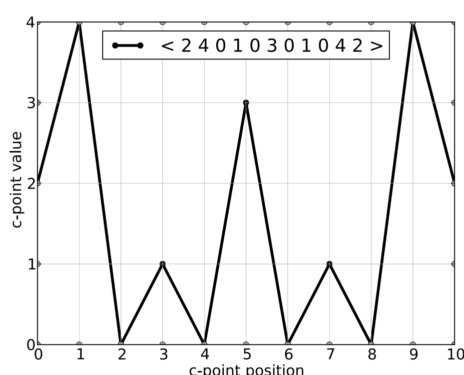
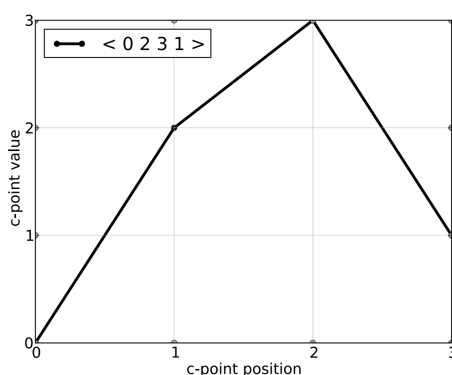
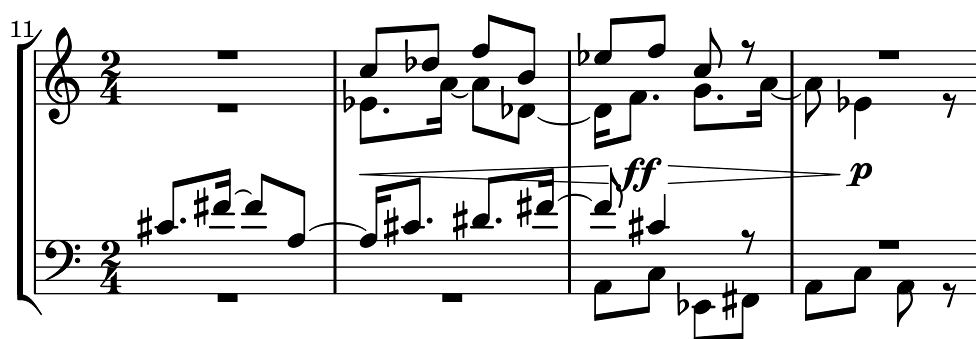


Figura 5.6: Contorno do acompanhamento da seção C



(a) Contorno de densidade



(b) Redução analítica

Figura 5.7: Contorno de densidade de *Difusa, op. 13*

densidade de três instrumentos (violinos e viola); no terceiro compasso há um tutti; e no último compasso da seção, há a linha do violino 2 e violoncelo. O número de instrumentos em cada compasso—1, 3, 4, 2—pode ser abstraído no contorno < 0 2 3 1 > (fig. 5.7a). Este contorno é subconjunto do contorno < 1 3 0 4 2 >, forma prima do contorno base. A similaridade entre < 0 2 3 1> e o contorno base é de 51%, medida pela operação ACMEMB.

O contorno < 0 2 3 1 > tem índice de direção I 70% ascendente. O critério de escolha foi o contorno com maior valor de índice de direção e maior similaridade. O objetivo foi ter um gestual de densidade crescente e a manutenção da consistência com o contorno base.

A composição *Difusa, op. 13*, portanto, contém variados usos de contornos musicais em sua estrutura. Dessa forma, as relações de contornos são um determinante composicional para esta obra.

34	21	34	34	21	34	21	34

Tabela 5.4: Proporções das seções de *Genética, op. 8*

5.2.2 *Genética, op. 8*

A obra *Genética, op. 8*[5], para clarinete em si bemol e fagote, tem 4 minutos e foi composta desde o início baseada em relações de contornos musicais. A composição foi resultado de uma disciplina do curso de doutorado cujo objetivo era trabalhar com a relação entre os níveis arquitetônicos da Composição Musical. Considerei o nível arquitetônico mais baixo aquele que engloba elementos como nota e duração; o nível intermediário, o que contém estes elementos de modo organizado em estruturas maiores, como frases e períodos; e o nível mais alto, o nível dos princípios gerais da obra, como grandes seções e gestos.

O ponto de partida da obra foi a estrutura de seções baseada em proporções áureas. A tabela 5.4 contém as durações das seções em segundos. Os números 34 e 21 fazem parte da Série de Fibonacci[6].

A relação de contorno entre estes números pode ser expressa como uma diagonal interna genérica INT_1 < - + - + - + >. Esta diagonal pode ser obtida a partir de 272 diferentes contornos[7]. Escolhi os contornos A < 6 0 5 1 4 2 3 > e B < 2 1 3 0 5 4 6 > (figura 5.8) arbitrariamente. O contorno A tem uma diminuição gradativa de amplitude e o contorno B tem uma espécie de transposição interna. Os três primeiros CP formam um segmento de contorno idêntico aos três últimos.

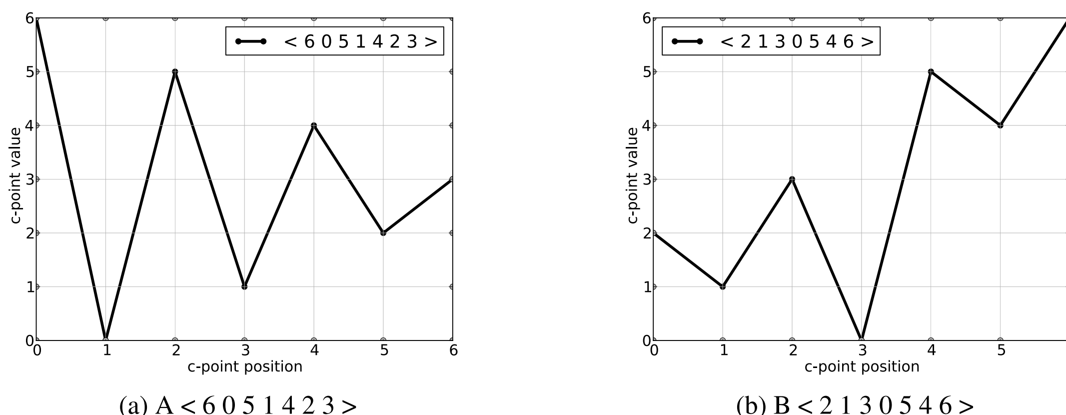
O contorno A < 6 0 5 1 4 2 3 >, por exemplo, ocorre no motivo α, em sixtinas, na linha do fagote no compasso 29 (figura 5.9a), e o contorno B < 2 1 3 0 5 4 6 > ocorre nas notas iniciais da composição, na linha do clarinete (figura 5.9b).

A primeira seção da composição contém contornos superpostos em diferentes parâmetros. As notas desta seção estão baseadas na elisão dos contornos A < 2 1 3 0 5 4 6 > e suas rotações.

[5]A gravação da composição está disponível em `http://marcosdisilva.net/pt/composicoes/genetica-op-8-2010/`.

[6]1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, etc.

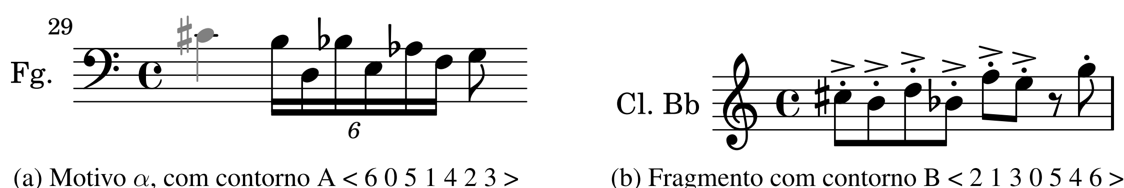
[7]Todos os dados numéricos foram calculados com o *MusiContour*.



(a) A < 6 0 5 1 4 2 3 >

(b) B < 2 1 3 0 5 4 6 >

Figura 5.8: Contornos usados em *Genética, op. 8*



(a) Motivo α, com contorno A < 6 0 5 1 4 2 3 >

(b) Fragmento com contorno B < 2 1 3 0 5 4 6 >

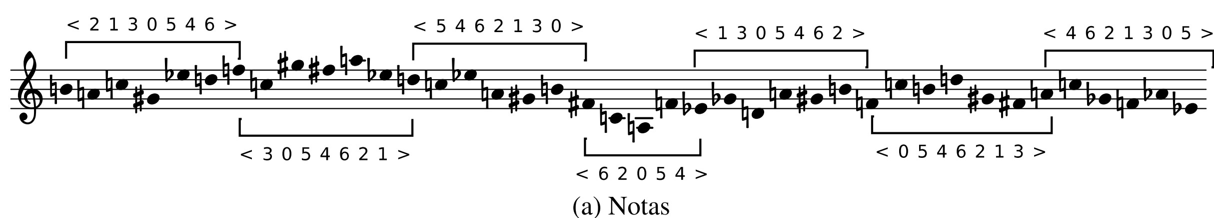
Figura 5.9: Contornos em fragmentos da obra *Genética, op. 8*

As notas resultantes estão indicadas na figura 5.10a, e o seu contorno na figura 5.10b.

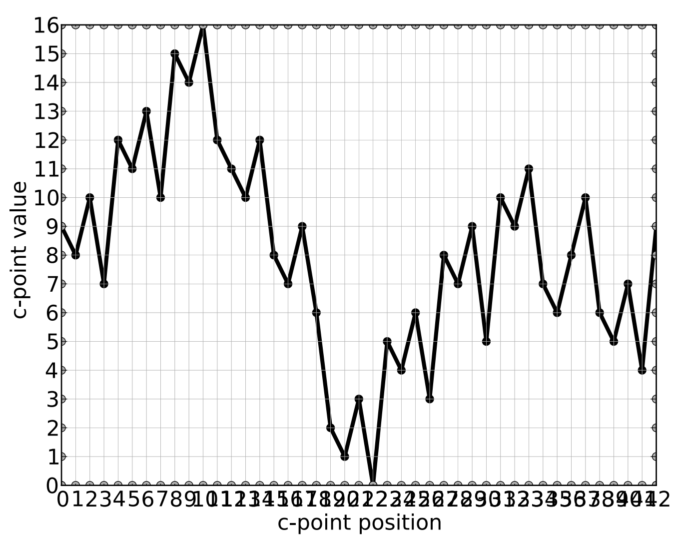
A relação entre as rotações elididas é o fator de rotação de incremento 2 dentro do módulo 6 (vide rotações na figura 5.11). O contorno inicial é o A, entendido como uma rotação de fator 0, em seguida a rotação 2, 4, 6, 1, 3, e 5. Este processo resultou no contorno < 9 8 10 7 12 11 13 10 15 14 16 12 11 10 12 8 7 9 6 2 1 3 0 5 4 6 3 8 7 9 5 10 9 11 7 6 8 10 6 5 7 4 9 > (figura 5.10b). Este contorno foi usado para definir as notas do material da primeira seção da obra. As alturas estão baseadas na escala octatônica. O processo consistiu em enumerar as notas de uma escala octatônica em várias oitavas de forma a conter todos os 17 CP do contorno (vide figura 5.12). O trabalho posterior foi rearrumar as notas para deixá-las com o formato do contorno.

As notas da linha do fagote e do clarinete são as mesmas, com a diferença que a linha do fagote tem no seu início as quatro últimas notas do fragmento, em um movimento de rotação (vide figura 5.13).

Houve um engano durante a composição que afetou a consistência do contorno resultante das concatenações. Na quarta ocorrência do contorno A (em rotação de fator 6), as notas si

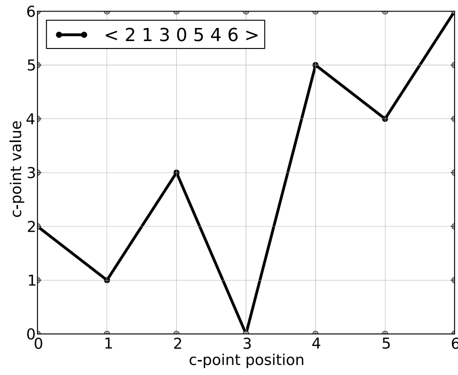


(a) Notas

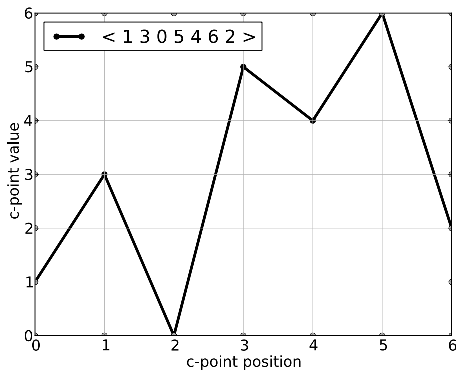


(b) Gráfico

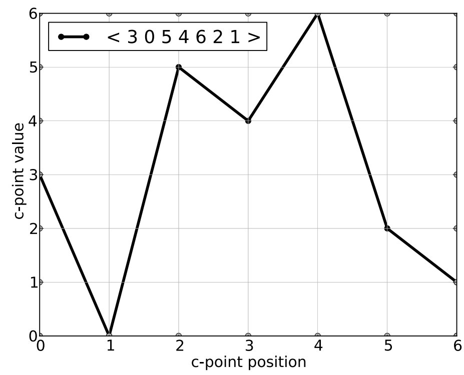
Figura 5.10: Contornos superpostos da seção A—*Genética, op. 8*



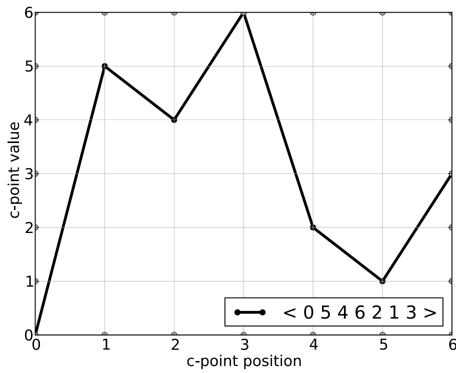
(a) Original < 2 1 3 0 5 4 6 >



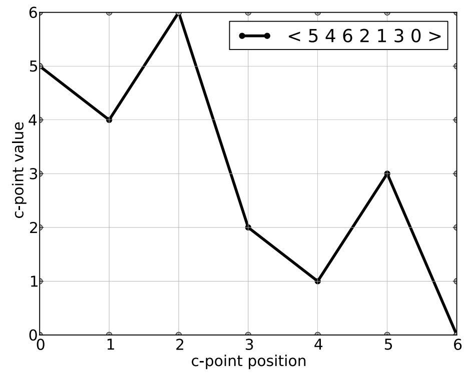
(b) Rotação de fator 1 < 1 3 0 5 4 6 2 >



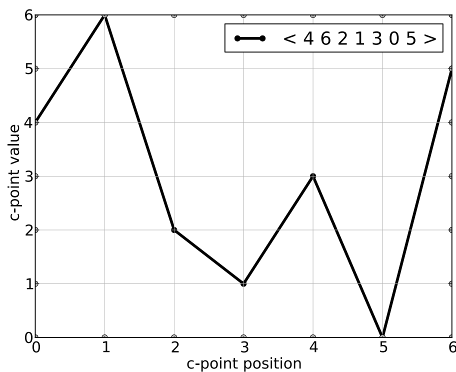
(c) Rotação de fator 2 < 3 0 5 4 6 2 1 >



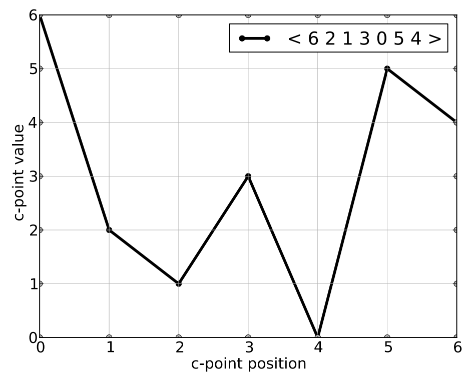
(d) Rotação de fator 3 < 0 5 4 6 2 1 3 >



(e) Rotação de fator 4 < 5 4 6 2 1 3 0 >



(f) Rotação de fator 5 < 4 6 2 1 3 0 5 >



(g) Rotação de fator 6 < 6 2 1 3 0 5 4 >

Figura 5.11: Rotações do contorno A < 2 1 3 0 5 4 6 >

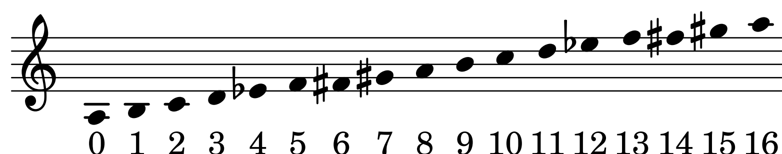


Figura 5.12: Escala octatônica enumerada

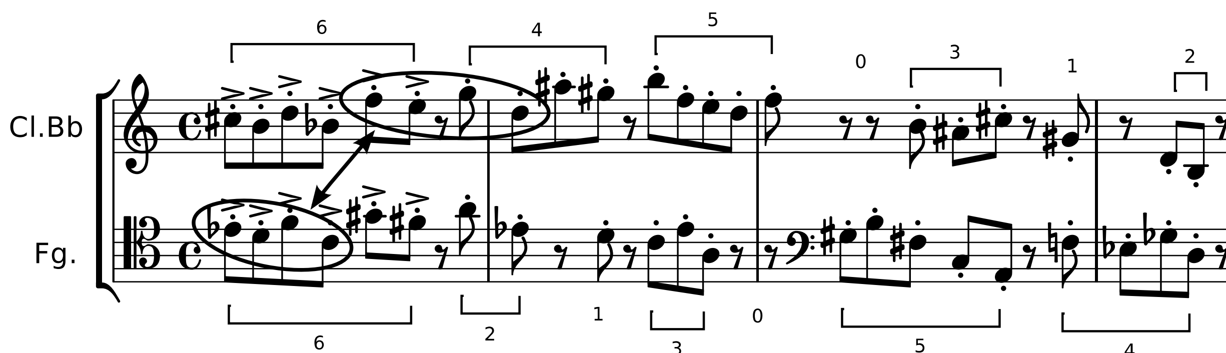


Figura 5.13: Contornos em agrupamentos de notas em *Genética, op. 8*

e ré equivalentes aos CP 1 e 3 ($Rot_6(A_3)$ e $Rot_6(A_4)$) foram esquecidas e a melodia ficou com duas notas a menos. Naquele segmento as notas têm contorno < 6 2 0 5 4 >, ao invés de < 6 2 1 3 0 5 4 > (fig. 5.10a). O processo de definição de notas a partir do contorno foi manual. Esta situação seria evitada caso tivesse sido realizada com a assistência de um programa de computador. Nesta altura o *MusiContour* ainda não contava com a funcionalidade necessária para tal tarefa.

O agrupamento de notas da primeira seção é independente entre os dois instrumentos (vide figura 5.13). Na voz do clarinete as notas estão agrupadas de acordo com o contorno < 6 4 5 0 3 1 2 >—retrógrado do contorno A—e na voz do fagote, de acordo com o contorno < 6 2 1 3 0 5 4 >—rotação 6 do contorno A. Esta estratégia cria uma irregularidade nas simultaneidades entre as linhas dos instrumentos.

A quarta seção (comp. 35–68), indicada pela letra de ensaio C, tem estrutura métrica mapeada por contornos (vide figura 5.14). O contorno A < 2 1 3 0 5 4 6 > e as rotações de fatores 2, 4, 6 e 1 mapeiam as unidades de tempo e estão justapostos. O procedimento é semelhante ao que ocorre na seção A, exceto pela justaposição, ao invés da elisão. A unidade de compasso do trecho é a colcheia, o menor valor de unidade de tempo é 1, e o intervalo mínimo entre essas

< 2 1 3 0 5 4 6 >	< 3 0 5 4 6 2 1 >	< 5 4 6 2 1 3 0 >	< 6 2 1 3 0 5 4 >	< 1 3 0 5 4 6 2 >
35				
3 2 4 1 6 5 7	4 1 6 5 7 3 2	6 5 7 3 2 4 1	7 3 2 4 1 6 5	2 4 1 6 5 7 3
8 8 8 8 8 8 8	8 8 8 8 8 8 8	8 8 8 8 8 8 8	8 8 8 8 8 8 8	8 8 8 8 8 8 8

Figura 5.14: Estrutura métrica na quarta seção de *Genética, op. 8*

unidades também é 1. Dessa forma, o contorno A equivale à métrica $\frac{3}{8}, \frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{1}{8}, \frac{6}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$.

Esta seção tem também relações de contornos nas alturas em um nível arquitetônico mais alto do que o de notas adjacentes. Nesta seção há ocorrência de falsa polifonia nas linhas de ambos os instrumentos. A falsa voz mais aguda coincide com os acentos métricos e têm articulação com stacatto. Na linha do clarinete nos compassos 35 a 42 a falsa voz mais aguda é mapeada com dois contornos justapostos. O primeiro é A < 2 1 3 0 5 4 6 > , e o segundo é a rotação de fator 2, Rot_2(A) < 3 0 5 4 6 2 1 >. Na figura 5.15a o contorno A está na voz superior, no primeiro sistema, e o contorno B, no segundo sistema. A figura 5.15b contém as notas e o contorno usado nesta falsa voz neste trecho.

A linha da falsa voz inferior tem articulação sempre ligada e também é mapeada por rotações de contorno. Neste caso o contorno utilizado é o retrógrado de A: R(A) < 6 4 5 0 3 1 2 >. A figura 5.15c contém as notas desta seção e o contorno utilizado. A última nota deste trecho (lá#) foi omitida por não caber na estrutura métrica definida.

A obra *Genética, op. 8* tem relações de contornos em vários dos seus níveis arquitetônicos[8]. As proporções das durações das seções, a estrutura métrica da quarta seção, o material melódico da primeira seção, e motivos da terceira seção são estruturas de níveis diferentes, todas relacionadas por contornos. Dessa forma as relações de contornos funcionam como um determinante composicional nesta obra e ajudam a estabelecer coerência na sua estrutura.

[8]Vide informações sobre níveis arquitetônicos em (Cooper e Meyer 1960).

Cl. Bb

35

40

(a) Vozes superpostas na linha do clarinete

A < 2 1 3 0 5 4 6 >   Rot2(A) < 3 0 5 4 6 2 1 >

(b) Notas e contorno da voz superior

R(A) < 6 4 5 0 3 1 2 >   Rot2(R(A)) < 5 0 3 1 2 6 4 >

(c) Notas e contornos da voz inferior

Figura 5.15: Contornos em nível arquitetônico médio em falsa polifonia—Genética, op. 8

Capítulo 6

Conclusões

Este trabalho consistiu na verificação de duas hipóteses e na composição de obras musicais (vide capítulo 1). Conforme previ, a Teoria de Relações de Contornos Musicais contém outras inconsistências em seus conceitos e operações, além da inconsistência do algoritmo de Marvin e Laprade (vide capítulo 4). No entanto, a inconsistência deste algoritmo não implica em erros nos desdobramentos da Teoria dos Contornos e nas análises de composições baseadas nesta teoria, o que anula a minha segunda hipótese.

Durante a composição das obras verifiquei que as relações de contornos ajudam a estabelecer coerência estrutural, no entanto o uso sistemático dessas relações em múltiplos parâmetros em simultâneo pode ter realização difícil.

Os principais resultados da pesquisa que resultou neste trabalho foram:

1. Proposta do novo algoritmo de forma prima de classes de contornos. Este algoritmo é mais simples e consistente do que a proposta de Marvin e Laprade (vide seção 4.6)

2. Revisão do Refinamento de Redução de contornos. A revisão do algoritmo de Schultz tem correções de erros e saltos (*bypass*) entre etapas.

3. Categorização dos espaços de contornos musicais. Esta categorização ajuda no entendimento das diferentes características dos espaços de contornos.

4. Organização didática do texto sobre a teoria. O texto sobre a teoria está organizado em categorias. Esta organização ajuda no entendimento de cada operação de contornos separadamente e é mais adequado para consultas. Além disso o texto contém explicações textuais e exemplos para melhor entendimento das equações matemáticas da teoria.

5. Aplicação e uso de conceitos, operações e ideias da Teoria dos Contornos no campo do compor.

6. Composição e análise de sete obras musicais. A maioria dessas obras foi apresentada em recitais e duas delas gravadas em CD.

7. Desenvolvimento do software *MusiContour* para processamento de contornos.

Além disso este trabalho teve como resultados parciais:

1. Implementação do módulo de contornos do software *Music21*. Com este módulo é possível usar as facilidades de análise musical do *Music21* para analisar os contornos de um grande corpus de composições.

2. Formação de um aluno de iniciação científica. O aluno participou ativamente do levantamento de inconsistências em análises de obras musicais com base na Teoria dos Contornos.

A realização deste estudo abre caminho para o desenvolvimento de pelo menos seis trabalhos futuros.

1. Estudo de relações de contornos de grandes *corpora* de composições com o módulo de contornos implementado no *Music21* e a coleção de partituras digitais do projeto *KernScores*.

2. Estudo de algoritmos matemáticos de áreas como geometria computacional para simplificação da redução de contornos.

3. Implementação de operações mais complexas, como a Transformada de Fourier (Schmuckler 1999).

4. Conexão do software com processadores de áudio, para analisar contornos a partir de arquivos *wav*.

5. Estudo de relações de contornos polifônicos e implementação de ferramentas específicas para este tipo de dado.

6. Implementação de uma operação de similaridade de contornos difusa para contornos de cardinalidade diferente.

Com este trabalho eu pude colaborar com o estado de arte da Teoria de Relações de Contornos Musicais revisando seus conceitos e operações, propondo correções e novas operações. Além disso pude propor direções futuras para o trabalho com relações de contornos musicais. Finalmente, com este trabalho pude compor sete obras musicais inéditas.

Apêndice A

Partituras

Difusa

Para quarteto de cordas

Marcos da Silva Sampaio (1977)
Opus 13 (2012)

♩. = 100

Violino I
Violino II
Viola
Violoncelo

fp ff fpp ff fp ff fpp ff mf mf p

A

p cresc.
p cresc.
cresc.

Difusa

8

ff

ff

f

ff

C

B ♩ = 72 ♩. = 92

11

pizz.

ff

pizz.

ff *p*

pizz.

arco

p *ff* *mf*

pizz.

arco

ff *p* *mf*

16

arco

mf *cresc.*

arco

mf

cresc.

cresc.

cresc.

Difusa

(♪ = ♪)

19

ff

ff

mf

ff

Octaedro

Para flauta, clarinete em Si bemol e sax barítono

Marcos da Silva Sampaio (1977)
Opus 12 (2012)

♩ = 160

Flauta

Clarinete em Si♭

Sax Barítono

Octaedro

13

A

16

19

22

B

25

p

Octaedro

C

♩ = 60

29

p

pp

pp

p

34

D

p

40

E

♩ = 72

45

p

p

Octaedro

49

53

F

cresc.

cresc.

57

ritenuto

ritenuto

ritenuto

f

f

f

G

♩ = 108

61

mp

mp

mp

Octaedro

65

69

♩ = 88

H

73

f

f

f

76

Octaedro

79

82

85

88

91

p *p*

Octaedro

♩ = 160

I

94

f

f

f

p

97

p cresc.

p cresc.

f

100

f

f

pp

pp

pp

Ímpeto

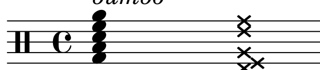
Mapas e bulas

Marcos da Silva Sampaio (1977)

Bateria

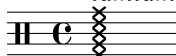
tom agudo
tom médio
caixa
surdo
bumbo

splash
crash
china
ride
hihat



Pratos

splash
crash
china
ride
tamtam

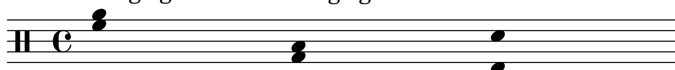


Bongôs, congas, caixa e bombo

bongô agudo
bongô grave

bongô agudo
bongô grave

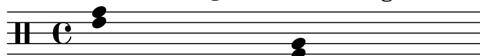
caixa
bombo



Woodblock e Cowbell

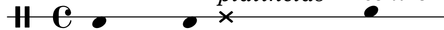
Woodblock agudo
Woodblock grave

Cowbell agudo
Cowbell grave



Pandeiro

polegar + *platinelas* *centro*



Bodhram

pele centro (grave) *pele borda (agudo)* *corpo*



Indicações de baqueta

 tocar com as mãos

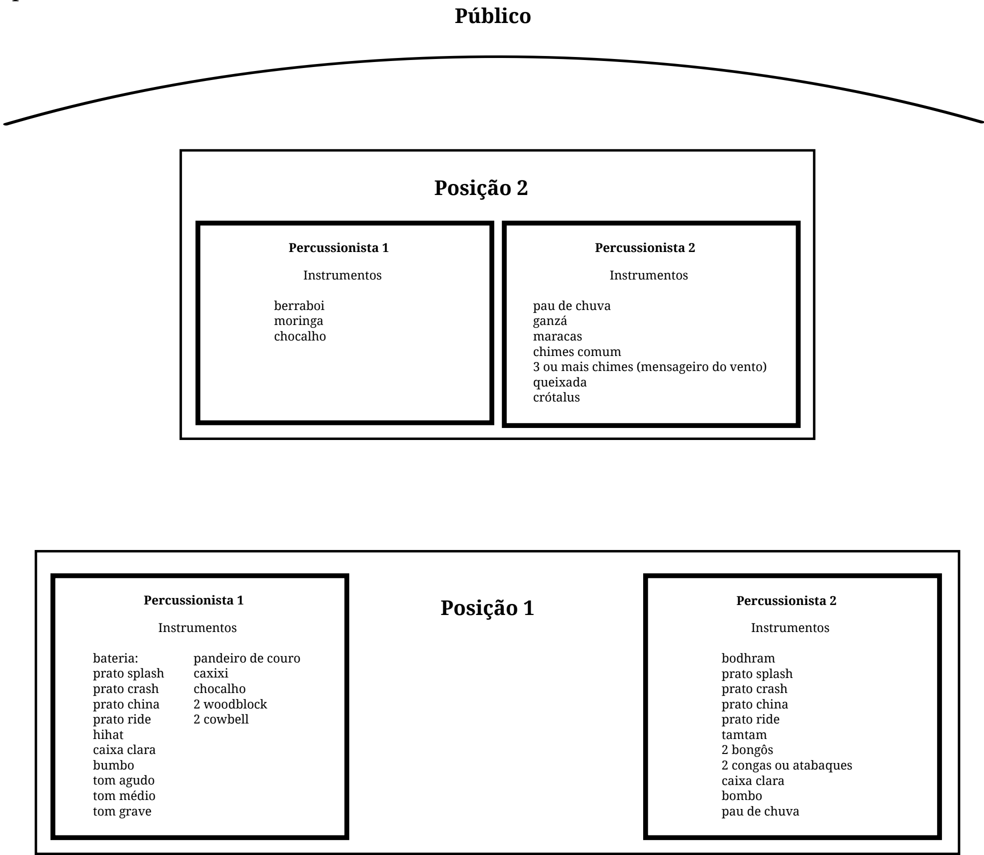
 usar baqueta dura

 usar baqueta macia

Ímpeto

○ — usar baqueta de bombo

Mapa de palco



a Tatiane de Oliveira Gonçalves

Ímpeto

Para dois percussionistas

Marcos da Silva Sampaio (1977)
Opus 11 (2012)

♩ = 108

pandeiro

mf

bombo e tamtam

ff

6

bodhram

mf

6

pp *mf*

5 5

3

6 6 6

Ímpeto

6
6
6
6
6
5
5
5
6
6
6
6
mf
6
6
5
6
5
3
3
3
3
improvisar com crescendi e decrescendi
em um descrescendo geral

Ímpeto

A ♩ = 60
pp
p
fpp
sfz
pratos
pp
sfz
fpp
f
p
sfz
sfz
pp
sfz
sfz
mp
sfz
sfz
mp
sfz
ff
mp
sfz
B ♩ = 82
sem esteira
bongôs, congas, caixa e bombo
p
5:4
L L R R
6:4

Ímpeto

p

L L R R

5:4

7

3:2

R R L L

7:4

3 3 3 3

3 3 3 3

3 3 3 3

Ímpeto

C

♩ = 72

improvisar com crescendi e decrescendi
caminhar lentamente para a posição 2
caxixi
aguardar percussionista 2
fp
p
aguardar percussionista 1
pau de chuva
caminhar lentamente para posição 2

chocalho
ganzá
p
maracas

caxixi
chimes
berra boi

chocalho
berra boi
ganzá
berra boi

Ímpeto

improvisar com crescendi e decrescendi
em diálogo com percussionista 2

D

improvisar com crescendi e decrescendi
em diálogo com percussionista 1

queixada

f

20 a 30 segundos
improvisar com motivos usados na peça
moringa

continuar improviso até percussionista 2
voltar à posição inicial

20 a 30 segundos
improvisar com chimes de madeira e metal
chimes

voltar discretamente à posição inicial

f

E

♪ = 200

Voltar discretamente à posição inicial

bongôs e congas
Repetir improvisando até posicionamento do percussionista 1

ff *p*

F

caxixi

p

bateria

f *p*

woodblock e cowbell (pares)

p

Ímpeto

G

cresc.

cresc.

f

f

f

Ímpeto

H

J ♩ = 60

p *f* *pp* *sfz*

pratos

pp < *sfz* *f* *pp*

f *p* *sfz* *sfz* *mp* *sfz* *pp* *sfz*

K ♪ = 184

sfz *mp* *sfz* *ff* *mp* *sfz* *f* *p*

caxixi

p

bodhram

mf

Ímpeto

woodblock e cowbell (pares)
p
sem esteira
caixa clara
p
bodhram
6:4
6:4
3:2
bongôs, congas, caixa e bombo
6:4
6:4
6:4

Ímpeto

6:4 6:4 6:4

cresc.

cresc.

fff

bombo e tamtam

fff

a Clara Costa Rodrigues

Reencontro

para flauta solo

Marcos da Silva Sampaio (1977)
Opus 10 (2011)

♩= 120
furioso

ff

5

rall

10

rall

pp

♩= 56
dolce

p

16

20

cresc.

23

ff

pp

♩. = 88

f

27

31

36

Reencontro

41

44 *p* *f* *p* *f* *p*

49 *f*

54

58 *p* *f*

62 *dim.* *p* ♩ = 72 *p*

68

74 *pizz.* *p* *ord.* *pizz.* *ord.*

79 *ord.* *accel* ♩ = 120 *furioso* *ff*

84

Reencontro

89

a tempo

pp

ff

Fuxico

Marcos da Silva Sampaio (1977)
Opus 9 (2010)

♩ = 108

Flauta

Clarinete Bb

Trompete C

Violino

Violoncelo

f

5

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Fuxico

A

♩ = 60

9

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

p 3 5 6

pp

13

p *mp* *pp* 3 5 *pizz.*

17

5 6 7 *mf* *arco* *p*

Fuxico

19 Fl. Cl.Bb. Tpt.C. Vln. Vlc.

tr 7 3 tr tr 3 3 3

p f p fp fp fp ffp < sfz

B ♩ = 60 C ♩ = 60

22 Fl. Cl.Bb. Tpt.C. Vln. Vlc.

fp < sfz fp < sfz fp < sfz fp sfz pp fp sfz fp sfz fp sfz sfz fp < sfz fp sfz pp fp sfz fp < sfz pp

28 Fl. Cl.Bb. Tpt.C. Vln. Vlc.

3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 p 3 3

Fuxico

34
Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.
mp
f
p
37
mf
pp
ppp
D
♩ = 60
41
accel.
pp
mp
p
♩ = 108
E
f

Fuxico

47
Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.

f
3
3

51
Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.

3
3
pizz.
arco

55
Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.

F
3
cresc.
ff
ff *dim.*

Fuxico

60

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

G

♩ = 88

67

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

72

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Fuxico

Genética

para clarinete em si bemol e fagote

Marcos da Silva Sampaio (1977)
Opus 8 (2010)

♩ = 108

Clarinete Bb

Fagote

f *p*

cresc.

f

decresc.

A

(♩ = ♩)

p

Genética

B

♩ = 60

22

ppp p

p ppp

27

ppp

p ppp

p

7

29

p

cresc.

30

ppp cresc.

31

32

33

ff

decresc.

ff

decresc.

Genética

C

♪ = 240

34

p

mf

p

mf

37

42

48

54

61

D

(♪ = ♪)

67

f

decresc.

f decresc.

Genética

72 p p E

Rubato (♩ = 80)

79 ppp mp ppp mp

83 mp ppp mp mp

87 ppp mp

♩ = 80

89 mf mf F ppp ppp

Tempo Primo (♩ = 108)

95 accel accel G f f p p f f p p

Genética

101

105

109

poco rit.

poco rit.

Agradeço ao clarinetista Pedro Robatto e seus alunos
Jean Marques e Gueber Santos pela colaboração na revisão
desta composição.

Espiral

Marcos da Silva Sampaio
Opus 7 (2009)

Espiral

B

♩ = 60

15

Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.
Pno.

pp
pp
pp
mf
pp
p
mf
p

20

Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.
Pno.

mf

23

Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.
Pno.

mf
mf

Espiral

♩ = 60

C

26

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

♪ = 250

D

33

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

Espiral

Espiral

E

50

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

sfz sfz sfz sfz sfz sfz sfz sfz sfz sfz sfz

mf

decresc. - - -

tr

p

56

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

pp

p

tr

Espiral

F

♩ = 60

65

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

decresc.

p

G

♩ = 120

76

ppp

decresc.

pp

f

Espiral

83

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

90

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

Espiral

H

♩ = 120

100

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

106

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

Espiral

110

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

sfz *sfz*

Vlc.

sfz

Pno.

decresc.

115

♩ = 60 **J**

Fl.

Cl.Bb.

p

Tpt.C.

Vln.

sfz *sfz* *p* *p*

Vlc.

sfz *sfz* *p*

Pno.

pp

decresc. *pp*

Espiral

K

♩ = 60

121

Fl.

Cl.Bb.

ppp

Tpt.C.

Vln.

pp

Vlc.

Pno.

129

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

p

Vln.

p

Vlc.

Pno.

L

♩ = 60

134

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

p

Vln.

pp

Vlc.

Pno.

p

Espiral
M
♩= 60
140
Fl.
Cl.Bb.
Tpt.C.
Vln.
Vlc.
Pno.
mf
mf
sfz
pp
145
mf
sfz
mf

Espiral

148

Fl.

Cl.Bb.

Tpt.C.

Vln.

Vlc.

Pno.

Apêndice B

Análises de outras obras compostas durante a pesquisa

B.1 *Octaedro, op. 12*

A obra *Octaedro, op. 12*, para flauta, clarinete em si bemol e sax barítono foi composta sob encomenda para o Camará—Grupo de Câmara da UFBA[1]. A composição tem duração de quatro minutos, uma organização estrutural em seis seções e a sonoridade predominante da escala octatônica (fig. 5.12, p. 137).

O processo de composição desta obra consistiu na criação de diversos materiais básicos como fragmentos melódicos, acordes e texturas; seleção de um conjunto de materiais; desenvolvimento preliminar dos materiais; e composição das seções.

Por exemplo, o material α (fig. B.1a) é constituído de uma melodia de dois segmentos, sendo o segundo segmento uma transposição do primeiro. Na etapa de desenvolvimento de materiais incorporei a essa melodia uma segunda voz com uma inversão melódica dos seus pequenos segmentos (fig. B.1b). Na etapa de planejamento gestual da seção B, transpus este material segunda menor acima, incorporei um dobramento de terça menor acima em cada uma das vozes, e

[1] Vide maiores informações sobre o grupo em `http://camaraufba.blogspot.com.br`

(a) Original

(b) Versão harmonizada com inversões

material α

α1

transp. α

inversão de α1

ligação

transp. inv. de α

α'

(c) Versão elaborada para seção B

Figura B.1: Desenvolvimento do material α usado em *Octaedro, op. 12*

transpus as vozes inferiores oitava abaixo, promovendo um afastamento de registro. Além disso defasei algumas entradas para alterar o padrão de homofonia, e finalmente inseri um material de ligação incorporado entre o primeiro e segundo segmento deste novo material (fig. B.1c).

Aproveitei materiais usados em outras peças. Por exemplo, na seção homofônica D (a partir do compasso 61) a acentuação métrica é derivada da acentuação da parte do pandeiro no início da composição *Ímpeto, op. 11*. Outro exemplo é o material apresentado pelo clarinete na seção C, nos compassos 48 e 49. Este material é derivado do material δ (fig. B.6a, p. 201), da composição *Espiral, op. 7*.

Compus as seções em ordem temporal com o objetivo de completar um gesto musical com o desenvolvimento de um material principal de duração entre 30 segundos e um minuto.

B.2 *Ímpeto, op. 11*

A obra *Ímpeto, op. 11*, para duo de percussão, foi composta sob encomenda do Duo Sacramento para a apresentação "Compositores Baianos Vivos", nos Estados Unidos, Bahia e São Paulo. A composição tem como destaques a diversidade de timbres e espacialização, uso de motivos, e

complexidade métrica.

Nesta obra há uma grande diversidade de timbres, com a presença de 30 instrumentos diferentes (tabela B.1). Cada uma das oito seções da composição tem predominância de um subconjunto destes instrumentos (vide tabela B.2[2]). Há contraste de timbre entre todas as seções. Por exemplo, as seções A e C têm sonoridade predominante de instrumentos de pele e têm entre si a seção B, de sonoridade exclusiva de pratos. As seções D e E têm sonoridade mais delicada, de instrumentos chacoalhados, moringa e chimes, de forma contrastante com todo o resto da obra.

Esta obra tem uma construção motívica baseada nos motivos α (fig. B.2a), β (fig. B.2b) e γ (fig. B.2c). O motivo α, por exemplo, ocorre no início da composição, na linha do segundo percussionista, na entrada do *bodhram* (fig. B.2d). No final da seção B o motivo α ocorre distribuído em diferentes pratos nas linhas de ambos os instrumentistas (fig. B.2e). Os motivos α e β são superpostos em toda a seção F (fig. B.2f).

Nesta obra a métrica é regular em nas seções A–C, e G, indeterminada nas seções D e E, e irregular nas seções F, e H. A seção F tem a maior complexidade métrica da composição, com compassos polimétricos de $\frac{6}{16}$ e $\frac{7}{8}$ (vide fragmento na figura B.2f).

Esta obra contém um recurso de espacialização sonora. As seções A–C e F–H ocorrem no fundo do palco, enquanto as seções D e E ocorrem na frente. As seções do fundo têm escrita essencialmente determinada, enquanto as seções D e E, de sonoridade delicada, têm escrita essencialmente indeterminada, baseada em improvisações.

Portanto, a composição *Ímpeto, op. 11* contém experimentos no domínio do timbre, do uso de motivos e da métrica, e tem importância no conjunto de composições deste trabalho por ser a única para instrumentos de altura não definida.

[2]Não há uma indicação de seções pelos numeros de compassos porque os compassos polimétricos da seção F geram uma numeração diferente para cada instrumento.

Classificação	Instrumento	Quantidade
membranofones	pandeiro	1
	bodhram	1
	bongôs	2
	congas ou atabaques	2
	bombo	1
	caixa clara	2
	bumbo	1
	tom agudo	1
	tom médio	1
	tom grave	1
idiofones percutidos	prato splash	1
	prato crash	2
	prato china	2
	prato ride	2
	hihat	1
	tamtam	1
	crótalus	1
	chimes comum	1
	chimes (mensageiro do vento)	3 ou mais
	woodblock	2
	cowbell	2
	moringa	1
	queixada	1
idiofones chacoalhados	caxixi	1
	chocalhos	1
	pau de chuva	1
	ganzá	1
	maracas	1
aerofone	berra boi	2

Tabela B.1: Instrumentos usados no Op. 11

Seção	Localização	Instrumentos
A	Início a letra A	pandeiros, bateria e tamtam
B	Letra A a B	pratos
C	Letra B a C	bongôs, congas e bateria
D	Letra C a D	instrumentos sacudidos
E	Letra D a E	moringa e *chimes*
F	Letra E a F	bongôs, congas, caxixi, *woodblock*, *cowbell* e bateria
G	Letra F a J	pratos
H	Letra K ao final	todos exceto moringa e *chimes*

Tabela B.2: Características das seções do Op. 11

(a) Motivo α

(b) Motivo β

(c) Motivo γ

bodhram

motivo alfa

variação do motivo beta

(d) Uso dos motivos α e β na seção A

pratos

pratos

B

motivo alfa

motivo alfa

(e) Uso do motivo α na seção B

motivo β

motivo β

motivo β

bateria

woodblock

congas e bongôs

motivo γ

(f) Uso dos motivos β e γ na seção F

Figura B.2: Motivos rítmicos no Op. 11

(a) Notas originais

(b) Falsa polifonia com notas originais

Figura B.3: Uso do material principal de *Reencontro, op. 10*

B.3 *Reencontro, op. 10*

A obra *Reencontro, op. 10*, para flauta solo, foi composta sob encomenda de Clara Costa Rodrigues. A principal característica desta obra é a espontaneidade do processo de composição. O único material previamente disponível para a composição foram as notas da figura B.3a, de sonoridade predominante da escala octatônica. Segui um processo que consistiu em simplesmente compor algumas notas, alguns compassos, rever o estado da composição até aquele ponto e decidir por repetir, desenvolver ou interromper o material. Este processo resultou em cinco seções e uma duração total de 3 minutos e meio.

A figura B.3b contém uma falsa polifonia baseada nas notas da figura B.3a. A falsa voz superior é caracterizada pela região mais aguda e pela articulação com acento e *staccato*. No compasso 26 todas as notas citadas ocorrem nesta falsa voz transpostas semitom acima. No compasso seguinte estas notas são repetidas na altura original. A falsa voz inferior é caracterizada pela região mais mediana e articulação *legato*. Neste fragmento há duas ocorrências completas e uma terceira interrompida das notas da figura B.3a com uma operação de inversão e de transposição.

B.4 *Fuxico, op. 9*

A obra *Fuxico, op. 9*[3], para flauta, clarinete em si bemol, trompete, violino e violoncelo foi composta sob encomenda do Grupo de Intérpretes Musicais da Bahia (GIMBA)[4], para o projeto Intinerante[5]. A composição tem duração de 5 minutos. As suas seções foram concebidas individualmente e foram organizadas posteriormente.

O título desta obra, "Fuxico", remete aos saquinhos de panos costurados para formar bolsas e colchas muito comuns no Nordeste brasileiro. O processo de composição da obra tem semelhanças com o processo de criação do fuxico. No fuxico os saquinhos são preparados com cores e padrões bem diferentes, mas com um mesmo formato, e então são costurados. No processo de composição da obra criei várias seções com os mesmos materiais (como o formato do fuxico), e com as texturas diferentes (como os padrões de cores). Então "costurei" estas seções entre si resultando na obra *Fuxico, op. 9*.

Após o processo sistemático de composição com contornos da obra *Genética, op. 8*, decidi experimentar compor sem preestabelecer nada além do número de seções, suas durações aproximadas e os materiais a serem usados.

B.5 *Espiral, op. 7*

A obra *Espiral, op. 7*[6], foi o trabalho final do componente curricular Seminários em Composição V. O foco deste seminário foi a presença de ciclos na composição musical[7], ou seja o aproveitamento do conceito de série de eventos que se sucedem em uma dada ordem. Por isso a obra *Espiral, op. 7* contém relações com o tema abordado no curso. A ideia de ciclo está presente sistematicamente nas recorrências das durações das seções e das texturas de transição

[3] A gravação da composição está disponível em `http://marcosdisilva.net/pt/composicoes/fuxico-op-9-2010/`.

[4] Vide maiores informações sobre o grupo em `http://myspace.com/gimba/`.

[5] Projeto de apresentação de obras de compositores brasileiros em seis cidades do Nordeste brasileiro.

[6] A gravação da composição está disponível em `http://marcosdisilva.net/pt/composicoes/espiral-op-7-2009/`.

[7] Veja mais informações sobre este curso em `http://semcompciclo.wordpress.com/`

Nível macroscópico

377

233 | 144

144 | 89 | 144

89 | 55 | 89 | 55 | 89

Nível das seções

34 | 21 | 34 | 21 | 34 | 34 | 21 | 34 | 34 | 21 | 34 | 21 | 34

A B C D E F G H I J K L M

Figura B.4: Durações das seções de *Espiral, op. 7*

entre seções. Além disso há uma ideia cíclica não sistemática nas repetições de material ao longo da obra.

A obra é constituída de 13 seções nomeadas de A a M. Cada uma destas seções contém uma textura contrastante em relação às adjacentes. As durações das seções e suas proporções são organizadas de acordo com a série de Fibonacci[8]. A peça tem 377 segundos e as seções têm 34 e 21 segundos. A organização destas seções tem a simetria dos números de Fibonacci e está indicada na figura B.4.

Por uma questão de praticidade chamarei as seções de 34 segundos de seções Λ e as de 21 segundos de seções Ω.

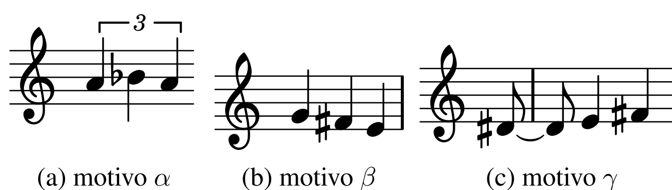
Ao todo são 8 seções Λ e 5 seções Ω. As seções Ω estão posicionadas sempre entre seções Λ e têm a função de ligar estas últimas. As seções Λ em geral têm maior movimentação do que as seções Ω.

Nesta obra as alturas são organizadas de acordo com a escala octatônica, de semitom e tom (vide figura 5.12). As notas complementares a esta escala (si, ré, fá, e lá bemol) não foram utilizadas.

Esta peça contém três motivos principais, α, β e γ (vide figura B.5). Estes motivos são utilizados para gerar os materiais δ (fig. B.6a), ϵ (fig. B.6b), e ζ (fig. B.6c). Os materiais δ e ϵ, por exemplo, contêm as característica rítmico-melódicas do motivo γ.

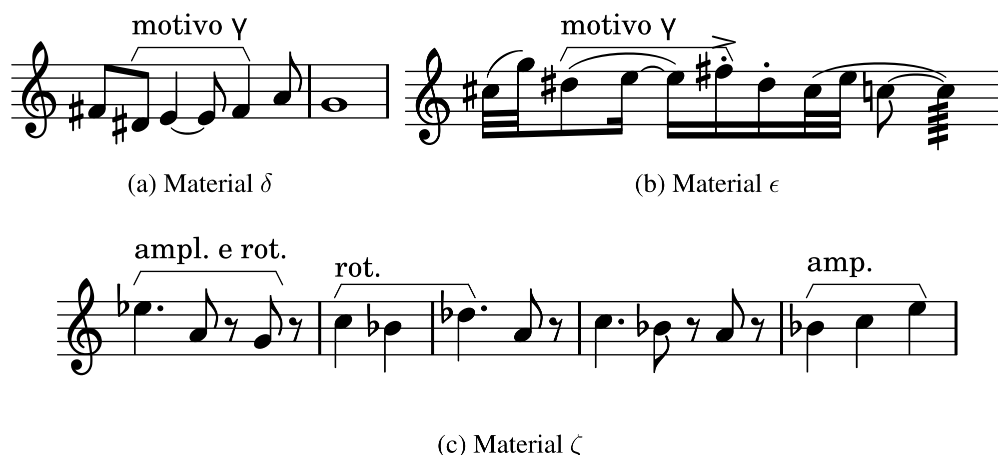
Estes motivos estão presentes em todas as seções, e os materiais aparecem em boa parte da peça. Por exemplo, na seção E (compassos 33–54) há utilização das alturas dos motivos α, β e γ na parte de mão esquerda do piano. A figura B.7 contém uma redução com as alturas deste

[8] 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377,...



(a) motivo α (b) motivo β (c) motivo γ

Figura B.5: Motivos principais de *Espiral, op. 7*



(a) Material δ (b) Material ϵ

(c) Material ζ

Figura B.6: Materiais originados dos materiais principais em *Espiral, op. 7*

trecho. Estes motivos também são utilizados nas texturas de ligação.

A característica mais importante da peça está relacionada ao uso de texturas. As seções Ω contêm variações de uma mesma textura em um processo análogo ao de "tema e variações". Neste processo a própria textura constitui o "tema" que é seguidamente variado. A figura B.8 contém a textura a partir da qual tais variações foram construídas.

Este procedimento de "tema e variações" tem duas particularidades; o fato das texturas-tema serem texturas de acompanhamento; e o fato destas seções Ω terem função de ligação entre as seções Λ. Não fosse o fato dessas seções Ω serem tão intensamente reiteradas e conterem os motivos mais importantes da peça, tais seções seriam completamente secundárias. Portanto,

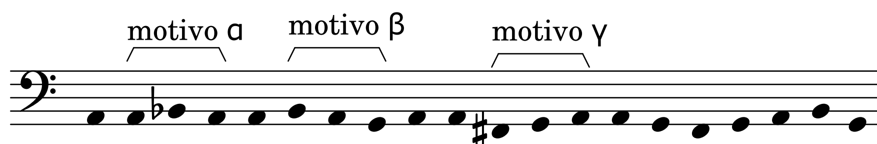


Figura B.7: Motivos α, β e γ na mão esquerda do piano (redução) em *Espiral, op. 7*



Figura B.8: Motivos α, β e γ na textura recorrente em *Espiral, op. 7*

este procedimento de "tema e variações" eleva a importância de tais seções no contexto da obra.

As variações realizadas nas texturas Ω estão sumarizadas na tabela B.3. Esta tabela contém informações sobre cada um dos motivos que compõe a textura e dos solos que frequentemente ocorrem na seção. Nesta tabela há indicação do instrumento que apresentou o motivo ou solo e a oitava[9] em que esta apresentação ocorreu.

O germe inicial desta obra foi a polirritmia das texturas de ligação. Todos os materiais da peça foram originados destas texturas.

No meu processo de composição costumo incluir elementos de outras obras que já compus na obra na qual estou trabalhando. Este é um procedimento cíclico, pois a cada obra que componho reitero algum tipo de material que já utilizei. Mantive esse costume em *Espiral, op. 7*. O material ζ (fig. B.6c) é originário de outra obra minha, *O conto de Dimitris Travlus (op. 4)*.

[9]A terceira oitava, do dó3, por exemplo é indicada simplesmente por 3.

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">Motivo α</th><th colspan="2">Motivo β</th><th colspan="2">Motivo γ</th><th colspan="2">Solos</th></tr>
<tr><th></th><th>instrumento</th><th>oitava</th><th>instrumento</th><th>oitava</th><th>instrumento</th><th>oitava</th><th>instrumento</th><th>oitava</th></tr>
<tr><td>Seção B</td><td>fl.</td><td>3</td><td>cl.</td><td>3</td><td>vln.</td><td>3</td><td>vlc.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Seção D</td><td>vlc.</td><td>3</td><td>fl.</td><td>4</td><td>cl.</td><td>3</td><td>tpt. e vln.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Seção G</td><td>cl.|vln.</td><td>3|2</td><td>vln.|cl.</td><td>4|3|2</td><td>fl.</td><td>5</td><td>vlc.</td><td>3 e 2</td></tr>
<tr><td>Seção J</td><td>vln.</td><td>2</td><td>cl.</td><td>2</td><td>vln.</td><td>2</td><td>fl.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Seção L</td><td>pno.</td><td>2</td><td>vlc.</td><td>2|1</td><td>tpt.</td><td>3</td><td>pno.</td><td>3,4,5</td></tr>
</table>

Tabela B.3: Instrumental nas seções com textura recorrente

Apêndice C

Comunicação com Elizabeth Marvin



Marcos Sampaio <marcos@sampaio.me>

Contour Prime Form Algorithm

5 messages

Marcos di Silva <mdsmus@gmail.com> Thu, Apr 22, 2010 at 11:27 AM
To: Elizabeth West Marvin <bmarvin@esm.rochester.edu>

Dear Dr. Marvin,

I began programming a contour processing software in my masters, as I said before. I just finished implementing your prime form algorithm and c-space segment classes table. My software returned a "5-7 <0 2 1 3 4>" csegclass, but it doesn't exist in your table. The origin of the problem is the second step of prime form algorithm, that states invertion, if [(n - 1) minus last cp < first cp]. So it would not be necessary to invert <0 2 1 3 4> because [(4 - 1) - 4] is not less than 0, but equal. Considering second step as:

(n - 1) minus last cp <= first cp,

<0 2 1 3 4> is inverted in second step, and, has <0 1 3 2 4> prime form (5-3). My question is: does the prime form algorithm have a mistake? Would be <= correct?

Best regards,
--
Marcos di Silva
http://www.marcosdisilva.net/

Elizabeth W. Marvin <bmarvin@esm.rochester.edu> Thu, Apr 22, 2010 at 4:31 PM
To: Marcos di Silva <mdsmus@gmail.com>

Hi Marcos,

Sounds like your work is going well, but...

> The origin of the problem is the second step of prime form
> algorithm, that states invertion, if [(n - 1) minus last cp <
> first cp]. So it would not be necessary to invert <0 2 1 3 4>
> because [(4 - 1) - 4] is not less than 0, but equal.

Isn't [(4 - 1) - 4] = 3 - 4 = -1.... So it is less than 0?
Or am I misunderstanding your question?

Best,
BM

****

Dr. Elizabeth West Marvin bmarvin@esm.rochester.edu
Professor of Music Theory Eastman School of Music
and Brain & Cognitive Sciences University of Rochester

Eastman School of Music
26 Gibbs Street Phone: (585) 274-1076
Rochester, NY 14604 Fax: (585) 274-1088
http://theory.esm.rochester.edu/betsy_marvin/index.html

****

Marcos di Silva <mdsmus@gmail.com> Thu, Apr 22, 2010 at 4:34 PM
To: "Elizabeth W. Marvin" <bmarvin@esm.rochester.edu>

On Thu, Apr 22, 2010 at 4:31 PM, Elizabeth W. Marvin
<bmarvin@esm.rochester.edu> wrote:
>> The origin of the problem is the second step of prime form
>> algorithm, that states invertion, if [(n - 1) minus last cp <
>> first cp]. So it would not be necessary to invert <0 2 1 3 4>
>> because [(4 - 1) - 4] is not less than 0, but equal.
>
> Isn't [(4 - 1) - 4] = 3 - 4 = -1.... So it is less than 0?
> Or am I misunderstanding your question?

I'm sorry, Dr. Marvin. I made a mistake.

For <0 2 1 3 4>, n = 5.
[(5 - 1) - 4] = 4 - 4 = 0.
[Quoted text hidden]

Elizabeth W. Marvin <bmarvin@esm.rochester.edu> Thu, Apr 22, 2010 at 4:55 PM
To: Marcos di Silva <mdsmus@gmail.com>

Ah yes, I was reading it quickly. It would seem that your revision makes sense. My co-author, Paul LaPrade, did the programming for the contour article. You might want to run this by him as well. I believe that this is a current address:

P.Laprade@RockValleyCollege.edu

Best wishes on your research,
BM
[Quoted text hidden]
[Quoted text hidden]

Marcos di Silva <mdsmus@gmail.com> Thu, Apr 22, 2010 at 4:58 PM
To: "Elizabeth W. Marvin" <bmarvin@esm.rochester.edu>

On Thu, Apr 22, 2010 at 4:55 PM, Elizabeth W. Marvin
<bmarvin@esm.rochester.edu> wrote:
>
> Ah yes, I was reading it quickly. It would seem that your revision makes
> sense. My co-author, Paul LaPrade, did the programming for the contour

> article. You might want to run this by him as well. I believe that this is
> a current address:
>
> P.Laprade@RockValleyCollege.edu

Thank you, Dr. Marvin. I will make contact to him and keep you informed.

Best wishes.
[Quoted text hidden]

Referências Bibliográficas

Adams, Charles R. 1976. "Melodic Contour Typology." *Ethnomusicology* 20 (2): 179–215.

Beard, R. Daniel. 2003. "Contour Modeling by Multiple Linear Regression of the Nineteen Piano Sonatas by Mozart." PhD Diss., The Florida State University. School of Music.

Bent, Ian, e Anthony Pople. 2002. "Analysis." In *Grove Music*, editado por Laura Williams Macy. Oxford University Press.

Bor, Mustafa. 2009. "Contour reduction algorithms : a theory of pitch and duration hierarchies for post-tonal music." PhD Thesis, The University of British Columbia, Vancouver.

Clifford, Robert John. 1995. "Contour as a structural element in selected pre-serial works by Anton Webern." Tese de doutorado, University of Wisconsin-Madison.

Cooper, Grosvenor, e Leonard B Meyer. 1960. *The rhythmic structure of music*. Chicago: University of Chicago Press.

Densmore, Frances. 1918. "Teton Sioux music." Relatório Técnico Bulletin 61, Washington: Bureau of American Ethnology.

Dewitt, Lucinda A., e Robert G. Crowder. 1986. "Recognition of Melodies after Brief Delays." *Music Perception* 3 (3): 259–274.

Dodge, Charles, e Thomas A. Jerse. 1997. *Computer music: synthesis, composition, and performance*. 2. ed. Schirmer.

Dowling, W. Jay. 1971. "Recognition of inversions of melodies and melodic contours." *Perception & Psychophysics* 9 (3): 348–349.

———. 1978. "Scale and Contour: Two Components of a Theory of Memory for Melodies." *Psychological Review* 85 (4): 341–354.

———. 1994. "Melodic contour in hearing and remembering melodies." *Musical Perceptions*, pp. 173–190.

Dowling, W. Jay, e Diane S. Fujitani. 1971. "Contour, interval and pitch recognition in memory for melodies." *Journal of Acoustic Society of America* 49:524–531.

Dowling, W. Jay, e Dane L. Harwood. 1986. *Music Cognition*. Academic Press.

Forte, Allen. 1973. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press.

Foulkes-Levy, Laurdella. 1996. "A synthesis of recent theories of tonal melody, contour, and the diatonic scale: implications for aural perception and cognition." PhD diss., University of New York at Buffalo.

Friedmann, Michael L. 1985. “A Methodology for the Discussion of Contour: its Application to Schoenberg’s Music.” *Journal of Music Theory* 29 (2): 223–48.

———. 1987. “A Response: My Contour, Their Contour.” *Journal of Music Theory* 31 (2): 268–274.

Gerling, Cristina Capparelli. 2001. “Terra Selvagem, Lamentos da Terra e Alternâncias.” *Per Musi* 4:52–71.

Green, Douglass M. 1979. *Form in tonal music: an introduction to analysis*. New York: Holt Rinehart and Winston.

Herzog, George. 1928. “The Yuman musical style.” *Journal of American Folk-Lore* 41 (160): 183–231.

Kroger, Pedro. 2012. *Music For Geeks And Nerds: Learn more about music with Python and a little bit of math*. 144seconds.

Kroger, Pedro, Alexandre Passos, Marcos Sampaio, e Givaldo de Cidra. 2008a. “Rameau: A System for Automatic Harmonic Analysis.” *Proceedings of the 2008 International Computer Music Conference*. 273–281.

Kroger, Pedro, Alexandre Passos, Marcos Sampaio, Givaldo de Cidra, Nathanael de Souza Ourives, Emerson Soares dos Anjos, e Wallace Silva dos Santos. 2008b. “Musicologia computacional aplicada à análise dos corais de Bach.” *Anais do XVIII Congresso da ANPPOM*.

Lerdahl, Fred. 2001. *Tonal Pitch space*. New York: Oxford University Press.

Lewin, David. 1987. *Generalized musical intervals and transformations*. New Haven: Yale University Press.

Marvin, Elizabeth West. 1988. “A generalized theory of musical contour: its application to melodic and rhythmic analysis of non-tonal music and its perceptual and pedagogical implications.” Tese de doutorado, University of Rochester.

———. 1991. “The Perception of Rhythm in Non-tonal Music: Rhythmic Contours in the Music of Edgard Varese.” *Music Theory Spectrum* 13 (1): 61–78.

———. 1995. “A Generalization of Contour Theory to Diverse Musical Spaces: Analytical Applications to the Music of Dallapiccola and Stockhausen.” In *Concert Music, Rock, and Jazz since 1945*, editado por Elizabeth West Marvin e Richard Hermann, 135–71. Rochester, NY: University of Rochester Press.

Marvin, Elizabeth West, e Paul A. Laprade. 1987. “Relating Musical Contours: Extensions of a Theory for Contour.” *Journal of Music Theory* 31 (2): 225–67.

Morris, Robert Daniel. 1987. *Composition with Pitch-classes: A Theory of Compositional Design*. Yale University Press.

———. 1993. “New Directions in the Theory and Analysis of Musical Contour.” *Music Theory Spectrum* xv:205–28.

———. 1995. “Compositional Spaces and Other Territories.” *Perspectives of New Music* 33 (1/2): 328–358 (Winter - Summer).

———. 1998. “Voice-Leading Spaces.” *Music Theory Spectrum* 20 (2): 175–208.

Nunes, Eduardo Lago. 2012. “Levantamento de operações de teorias de contornos em análises de obras musicais.” Relatório do PIBIC/UFBA, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Passos, Alexandre, Marcos Sampaio, Pedro Kroger, e Givaldo de Cidra. 2009. "Functional Harmonic Analysis and Computational Musicology in Rameau." *Proceedings of the 12th Brazilian Symposium on Computer Music*. Recife, Brazil, 207–210.

Piston, Walter. 1959. *Harmony*. London: Victon Gollancz Ltd.

Polansky, Larry, e R. Bassein. 1992. "Possible and Impossible Melody: some Formal Aspects of Contour." *Journal of Music Theory* 36 (2): 259–84.

Quinn, Ian. 1997. "Fuzzy Extensions to the Theory of Contour." *Music Theory Spectrum* 19 (2): 232–63.

Randall, Richard, e Bilal Khan. 2010. "Lerdahl's tonal pitch space model and associated metric spaces." *Journal of Mathematics and Music* 4 (3): 121–131 (Novembro).

Riemenschneider, Albert, ed. 1941. *371 Harmonized Chorales and 69 Chorale Melodies with figured bass*. New York: G. Schirmer.

Rosen, Kenneth H. 2007. *Discrete Mathematics and Its Applications*. 6 ed. Boston: McGraw-Hill.

Sampaio, Marcos, e Pedro Kroger. 2009. "Goiaba: a software to process musical contours." *Proceedings of the 12th Brazilian Symposium on Computer Music*. Recife, Brazil, 203–206.

Sampaio, Marcos da Silva. 2008a. "Análise do Op.5, mov. 3, de Anton Webern a partir de contornos melódicos." Artigo não publicado.

———. 2008b. "Em torno da romã: aplicações de operações de contornos na composição." Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA.

Schmuckler, Mark A. 1999. "Testing Models of Melodic Contour Similarity." *Music Perception* 16 (3): 295–326.

Schmuckler, Mark. A. 2010. "Melodic Contour Similarity Using Folk Melodies." *Music Perception* 28 (2): 169–194.

Schoenberg, Arnold. 1967. *Fundamentals of musical composition*. Editado por Gerald Strange e Leonard Stein. London: Faber and Faber Ltd.

Schultz, Rob. 2008. "Melodic Contour and Nonretrogradable Structure in the Birdsong of Olivier Messiaen." *Music Theory Spectrum* 30 (1): 89–137.

———. 2009. "A Diachronic-Transformational Theory of Musical Contour Relations." Phd Dissertation, University of Washington.

Scott, Damon, e E.J. Isaacson. 1998. "The interval angle: A similarity measure for pitch-class sets." *Perspectives of New Music* 36 (2): 107–142.

Selfridge-Field, Eleanor, ed. 1997. *Beyond MIDI: the handbook of musical codes*. Massachusetts: MIT.

Straus, Joseph Nathan. 1990. *Introduction to post-tonal theory*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

Sussman, Gerald J. 2010. Why programming is a good medium for expressing poorly understood and sloppily formulated ideas. Vídeo. Disponível em `http://vimeo.com/12060509`.

Toch, Ernst. 1948. *The Shaping Forces in Music*. New York: Criterion Music Corp.

Ulhôa, Martha Tupinambá. 1997. "Nova História, Velhos Sons: Notas Para Ouvir e Pensar A Música Brasileira Popular." *Debates* 1 (1): 78–101.

Weisstein, Eric W. 2012. "Sign." In *MathWorld–A Wolfram Web Resource*. MathWorld. http://mathworld.wolfram.com/Sign.html.

Zadeh, Lotfi A. 1965. "Fuzzy sets." *Information and Control* 8 (3): 338–353.